

ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ПРЕЗИДЕНТСКИЙ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЛИЦЕЙ № 239
191028, Россия, Санкт-Петербург, ул. Кирочная, д. 8, телефон/факс 272-96-68
ОТДЕЛЕНИЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ ДЕТЕЙ

Принята на заседании

педагогического совета

от «15» июня 2023 г

протокол № 3

Утверждена

Приказом № 128 от «15» июня 2023 г

Директор ГБОУ «Президентский ФМЛ №
239»

_____ Пратусевич М.Я.

Дополнительная общеобразовательная
общеразвивающая программа
Математический центр

Программа рассчитана на учащихся 10 – 18 лет.
Срок реализации программы – 7 лет.

Разработчики программы:

Андреева И.А., Бадажкова О.А., Берлов С.Л., Власова Н.Ю., Губкин П.В.,
Давидюк В.В., Жаворонков Д.С., Карпов Д.В., Кузнецов А.С., Коротченко Т.С.,
Кушпель Н.Н., Максимов Д.В., Мигрин В.В., Мосеева Т.Д., Пастор А.В.,
Пратусевич М.Я., Ростовский Д.А., Рукшин С.Е., Смирнов А.В., Суслина М.Е.,
Шагай М.А., Ширяев Д.Ю., педагоги дополнительного образования.

I. Пояснительная записка.

Направленность программы

Образовательная программа направлена на **выявление, развитие, профессиональную ориентацию** одаренных в естественно-математическом отношении школьников в рамках дополнительного знакомства с различными разделами математики, оказавшимися на сегодняшний день не представленными как в школьном курсе, так и в курсах факультативных занятий и занятий высшей школы.

Актуальность образовательной программы

В основе реализации программы лежит система педагогических принципов. В качестве ведущего мы выделяем принцип *гуманизации*, поскольку он связывает основные педагогические понятия (воспитание, обучение, развитие), предусматривает ориентацию работы на развитие личности в соответствии с её природными задатками и сформировавшейся системой ценностей, что обеспечивает включение её в качестве “наследника” и субъекта в проектную культуру.

Обязательным условием реализации принципа *гуманизации* является следование в процессе работы принципам *индивидуализации* и *культуросообразности*.

Принцип *индивидуализации* предполагает направленность работы на создание условий для оптимального развития ученика с учетом его индивидуальных способностей и склонностей. Достижение этих целей возможно лишь в условиях реализации принципов *открытости, смыслообразования, диалога культур, учета доминанты развития ученика, направленности на овладение основными элементами проектной культуры, активности самого учащегося*.

Принцип *культуросообразности* определяет отбор и включение в процесс работы того содержания и тех методов, которые способствуют превращению учащегося в “наследника” и субъект проектной культуры. Достижение этих целей возможно лишь в условиях реализации принципов *открытости, смыслообразования, диалога культур, экологизации, методологизации, направленности*.

Реализация системы педагогических принципов обеспечивается благодаря следованию организационно-педагогическим принципам *проектности и вариативности*.

Принцип *проектности* предусматривает использование во внеурочной работе проектов – самостоятельно планируемых и выполняемых практических работ интегративного характера.

Принцип *вариативности* предполагает разнообразие выполняемых учащимися проектов по степени углубленности, специализации и профилизации (естественнонаучное, техническое, гуманитарное направления).

Отличительные особенности образовательной программы

Основным инструментом реализации образовательной программы служит уникальная методика индуктивно-адаптивного проведения учебных занятий, а также накопленный богатый задачный материал и методические разработки, созданные в ходе работы ленинградских и санкт-петербургских математических кружков, ведущих свою историю с 1934 года.

Изучение любой темы предполагает решение большого количества задач разного уровня сложности. При реализации данной программы большая часть необходимой теории сообщается учащимся в виде набора задач, связанных в единые сюжетные линии. Такой подход является наиболее продуктивным для **достижения целей развития учащихся**. Эта особенность отражена в программе тем, что содержание включает существенно большее число тем и понятий, нежели план, в котором зафиксированы наименования тем и разделов, сообщаемых учащимся при фронтальных методах работы.

Основной особенностью данной программы является огромная плотность задачного материала (более чем 3000 задач), а также его синтетичность. Таким образом, **ведущей деятельностью на занятиях является самостоятельная работа учащихся и работа в малых группах**.

Особое внимание уделяется формированию монологической речи (как письменной, так и устной), для чего занятия проходят в форме, позволяющей каждому учащемуся общаться с квалифицированным преподавателем по каждой из решенных им задач.

Другой отличительной чертой курса является его тесная связь с действующей школьной программой. В основном следуя логике развития школьного курса математики, предлагаемая программа дополняет школьную, а в некоторых частях выполняет и пропедевтические функции, предлагая более раннее и менее строгое изучение соответствующих понятий (особенно на протяжении первых двух лет).

Адресат программы

Программа рассчитана на учащихся 10-18 лет.

Объем и срок реализации программы

Программа рассчитана на 1800 часов. Срок реализации — 7 лет обучения.

Цель образовательной программы.

Поиск и привлечение к занятиям математикой и смежными дисциплинами учащихся, проявляющих склонность к точным наукам, формирование и развитие творческих способностей учащихся и их профессиональное самоопределение.

Задачи образовательной программы.

Обучающие:

- обучение учащихся математике в группах различного уровня и направленности, в наибольшей степени отвечающих возможностям каждого отдельного учащегося;
- овладение устным и письменным математическим языком, математическими знаниями и умениями, необходимыми для успешной профессиональной ориентации и дальнейшего освоения избранной специальности, связанной с постоянным и глубоким применением математических и смежных знаний, на современном уровне;
- ранняя профессиональная ориентация учащихся, в том числе посредством поддержания постоянных контактов с научно-педагогической общественностью и ВУЗами города;
- подготовка учащихся к математическим соревнованиям, олимпиадам, турнирам, конференциям на городском, национальном и международном уровне.

Развивающие:

- развитие логического мышления, алгоритмической культуры, пространственного воображения, развитие математического мышления и интуиции;
- развитие творческих способностей на уровне, необходимом для самостоятельной научной деятельности в области математики и ее приложений в будущей профессиональной деятельности;
- развитие качеств эмоционально-волевой сферы: упорства, способности преодоления трудностей, концентрации внимания, получения удовольствия от решения трудной задачи

Воспитательные:

- культурное и общее интеллектуальное воспитание учащихся: знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей, понимание значимости математики для общественного прогресса;
- воспитание коммуникативных умений: умения работать в команде, культуры общения с партнерами и руководителями; навыка ведения научной дискуссии;
- воспитание научной честности, умения отстаивать свою точку зрения, умения признать правоту оппонента.

Условия реализации образовательной программы.

Условия набора и формирования групп

В реализации программы участвуют учащиеся 10-18 лет. Группы первого года обучения набираются на основе вступительных испытаний (олимпиады). На свободные места в группах (первого и последующих лет обучения) принимаются все желающие.

Количество учащихся в группе

В группах первого года обучения 12-15 учащихся, в группах второго года обучения 10-12 учащихся, в группах третьего-седьмого года обучения 8-10 учащихся.

Особенности организации образовательного процесса

Программа рассчитана на 7 лет обучения.

1-ый год обучения — 2 раза в неделю по 2 часа

2-ой год обучения — 2 раза в неделю по 3 часа

3-ий год обучения — 2 раза в неделю по 4 часа

4-ый год обучения — 2 раза в неделю по 4 часа

5-ый год обучения — 2 раза в неделю по 4 часа

6-ой год обучения — 2 раза в неделю по 4 часа

7-ой год обучения — 2 раза в неделю по 4 часа

Формы проведения занятий

- теоретические лекции;
- индивидуальное решение задач;
- обсуждение решений задач с преподавателями;
- коллективное решение задач в малых группах;
- разбор решений преподавателем;
- индивидуальные занятия по подготовке к олимпиадам;
- математический бой (коллективное математическое соревнование, совмещающее два этапа – коллективное решение задач и защиту решений перед командой соперника и жюри);
- математическая драка (индивидуальное соревнование в решении задач, расположенных в порядке нарастания сложности);
- теоретический зачет;
- олимпиада (письменная и устная);
- семинары;
- доклады, рефераты и самостоятельные проекты и исследования учащихся;
- выступления на конференциях.

Формы организации деятельности учащихся, используемые на занятии

Особо отметим, что в рамках одного и того же занятия зачастую обсуждаются тематически различные задачи, поэтому приведенное в разделах 2-8 количество часов, отведенных на знакомство с теми или иными темами, носит условный характер и может варьироваться между различными учебными группами в рамках общего количества.

Для реализации дополнительной общеобразовательной программы используются различные образовательные технологии, в том числе дистанционные образовательные технологии, электронное обучение.

Комплекс методов включает:

традиционные методы обучения: словесные - беседа, рассказ, монолог, диалог;

наглядные методы, в том числе с использованием ИКТ (демонстрация коллекций, иллюстраций, рисунков, макетов, моделей, чертежей и т.д.);

практические — экспериментальные работы, составление и решение задач и др., а также конструктивно-генетический и системно-исторический методы, обеспечивающие ориентировочные основы самостоятельной разработки и реализации учащимися учебных проектов;

методы стимулирования и мотивации учебно-познавательной деятельности (познавательные и развивающие игры, конкурсы, экскурсии, коллективные обсуждения и т.д.);

методы контроля (миниконкурсы, конкурсы, выставки, контрольные задания в конце каждой подтемы и темы и т.д.).

Методы воспитания: беседы, метод примера, педагогическое требование, создание воспитательных ситуаций, соревнование, поощрение.

В состав дидактического комплекса средств обучения входят источники информации на бумажной и магнитной основе, сеть «Интернет».

Материально-техническое обеспечение

Аудитории с учебной мебелью в соответствии с санитарными требованиями, рассчитанные на соответствующее количество учащихся. Мультимедийно-проекционное оборудование (компьютер, проектор, экран).

Кадровое обеспечение

Педагоги дополнительного образования в соответствии с профессиональным стандартом педагога, а также студенты–победители и призеры регионального и заключительного этапов Всероссийской олимпиады школьников по математике.

Планируемые результаты

Предметные результаты

Игры и стратегии (линейные игры, симметричные стратегии, передача хода, выигрышные и проигрышные позиции); принцип Дирихле; инвариант и полуинвариант; экстремальные задачи; индукционные рассуждения; разбор с конца; доказательства от противного; организация перебора.

Идея четности; делимость и делители; простые и составные числа; взаимно простые числа; понятие степени; понятие остатка; признаки делимости; суммирование отрезков натурального ряда.

Пропедевтика понятия симметрии (осевая, центральная симметрии); поиск кратчайшего пути; задачи на разрезание; задачи на раскраску; нахождения путей на плоских графах; неравенство треугольника и его применение; многоугольники; правильный многоугольники.

Элементарный подсчет количества способов; нахождение оптимальных стратегий; задачи про турниры; основные понятия теории графов: степени вершин, связность, компоненты связности, полные графы.

Понятие площади; площадь основных геометрических фигур; геометрические неравенства; простейшие логические операции; операции с множествами; задача Иосифа Флавия; дискретная непрерывность; средние величины для двух и более чисел; иррациональные числа и работа с ними; квадратные уравнения; арифметические прогрессии; основная теорема арифметики; НОД и НОК; числа Фибоначчи.

Метод математической индукции (доказательства, построения, рассуждения); принцип узких мест; повторение: принцип крайнего, перебор, разбор с конца, доказательства от противного, инвариант и полуинвариант; прямая и обратная теоремы; перебор с отсечением; простейшие неравенства и методы работы с ними.

Комбинаторные подсчеты; перестановки; биномиальные коэффициенты; треугольник Паскаля; комбинаторные тождества; комбинаторные конструкции; комбинаторный подход к числам Фибоначчи; раскраски клетчатой плоскости; метод двойного подсчета.

Числовые свойства биномиальных коэффициентов; суммы цифр; сравнения по модулю; малая теорема Ферма; понятие мультипликативности; числа-репьюниты.

Признаки равенства треугольников; равнобедренные треугольники; параллельность; параллелограммы; замечательные линии треугольника; геометрические места точек; вписанная и описанная окружность.

Ориентированные графы; турнирные графы; компоненты связности; доминирующие и независимые множества; раскраска вершин и ребер графа; остовное дерево.

Комбинаторные свойства биномиальных коэффициентов; задачи на клетчатых досках; разрезания на плоскости и в пространстве; поиск кратчайшего маршрута.

Взвешивания и алгоритмы; игры.

Линейные сравнения; линейное представление НОД; китайская теорема об остатках; функция Эйлера; теоремы Ферма и Эйлера; линейные диофантовы уравнения; уравнения в целых числах; редукция по модулю.

Вписанные и описанные четырехугольники; геометрические построения; нестандартные признаки равенства треугольников; векторы; направленные углы; прямая Эйлера и окружность 9 точек; координатный метод.

Деревья; выбор остовных деревьев; методы перебора на графах; изоморфизмы графов; двудольные графы; покраски графов, хроматические числа; теорема Холла.

Числовые конструктивы; подсчет степеней простых; НОД и НОК.

Разбор случаев в геометрических задачах; олимпиадные задачи по геометрии.

Элементарные задачи комбинаторной геометрии; задачи о клетчатых досках; метод крайнего; задачи на максимум и минимум; методы нахождения инвариантов и полуинвариантов.

Обобщение и усиление утверждений для индукционных доказательств; индукция в теории чисел; индукционные доказательства комбинаторных фактов.

Многочлены: делимость, деление с остатком, сравнения, алгоритм Евклида, НОД многочленов; теорема Безу; корни многочленов; интерполяционные формулы; формальное и функциональное равенство; многочлены с целыми коэффициентами; неприводимость; лемма Гаусса: критерий Эйзенштейна.

Понятие движения; параллельный перенос: симметрии; поворот; композиции движений; теорема Шаля; классификация движений; координатный метод; построения и нахождение ГМТ при помощи движений.

Преобразования подобия; гомотетия и поворотная гомотетия; теорема о трех центрах подобия; построения и нахождение ГМТ при помощи подобий.

Неравенства: замена переменных, применение неравенств о средних, неравенство КБШ, циклические и симметричные неравенства.

Комбинаторные олимпиадные задачи: подсчет двумя способами, комбинаторные формулы; сложные задачи на принцип Дирихле; сложные задачи на индукцию.

Пределы последовательностей; точные границы числовых множеств; полные пространства, полнота прямой; нахождение и использование пределов; теорема Банаха; замечательные пределы; контрпримеры в анализе; пределы функций; непрерывность; теорема Больцано-Коши и ее геометрические приложения; производная; классические теоремы о производных: Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши; приложения производных; типы множеств на прямой.

Эрлангенская программа; понятие группы, примеры; задачи на применение групп; подгруппы и нормальные подгруппы; гомоморфизмы и автоморфизмы; порождающие элементы; факторизация; теорема о гомоморфизме; приложения теории групп.

Инверсия; поход к инверсии как к обобщению понятия симметрии; образы линий при инверсии; конформность; неевклидова геометрия; наборы касающихся окружностей в задачах на инверсию; инверсия в комплексных числах; построение с помощью инверсии.

Сравнения; квадратичные вычеты, квадратные сравнения и сравнения высоких степеней; квадратичный закон взаимности; работа с иррациональностями; ряды Фарея и близкие идеи; числовые задачи в вариантах Всероссийских олимпиад.

Изогональное сопряжение; метод проекций; вычислительные задачи по геометрии; векторные метод; переход к обратной задаче; теоремы Птолемея и Кэзи; задача Мальфатти; Точки Брокера, Лемуана, Микеля, Нагеля, Жергонна.

Методы доказательства неравенств: разложение на множители; транснеравенство; неравенство Бернулли; однородные неравенства, неравенство Мюрхеда.

Использование свойств бесконечно малых и бесконечно больших при решении задач; принцип сжатой переменной; критерий Коши; предельный переход к неравенствам; число e , разные подходы; задачи на замечательные пределы; шкала бесконечно малых, замена на эквивалентные; вычисление сложных производных.

Аффинные преобразования; теорема об образах трех точек; теорема о трех колпаках; поведение площадей при аффинных преобразованиях; аффинные преобразования в пространстве.

Кольца и идеалы; свойства колец и идеалов: факторизация; поля; характеристика; расширение полей; факторизация по простым и максимальным идеалам; алгебраические расширения.

Подходы к понятию определенному интегралу; суммы Римана и Дарбу; интеграл Римана; Формула Ньютона-Лейбница; замена переменной; интегрирование по частям; интегрирование рациональных функций и тригонометрических выражений; вычисление площадей и объемов.

Повторение: квадратичные вычеты и невычеты; техника работы с показателями.

Гармонические четырехугольники и смежные вопросы; вычислительные задачи.

Применение производной для доказательства неравенств; неравенство Йенсена; американская замена.

Производящие функции для решения комбинаторных задач; теорема Турана.

Задачи на аналитические свойства последовательностей; нахождение экстремальных значений функций.

Геометрические неравенства на площади, отрезки и углы. Экстремальные геометрические задачи.

Делимость и сравнения в трудных числовых задачах; рациональные приближения и близкие соображения; теорема Кронекера.

Задачи на применение геометрических преобразований.

Функциональные уравнения; аналитические задачи на использование свойств пределов и функций.

Задачи из разных областей, сводящиеся к неравенствам; неравенства, требующие смешанной техники.

Построение явных биекций.

Предел, непрерывность, компактность на прямой; понятие топологического пространства; отделимость, связность; непрерывность, предел в топологии; гомеоморфизмы; метрические пространства; факторизация; нормированные и банаховы пространства; теорема о замкнутом графике; теорема об открытом отображении; теорема Хана-Банаха; топологические идеи в аналитических и олимпиадных задачах.

Понятие проективного преобразования; стереографическая проекция, компактификация плоскости; проективные координаты, гармонические четвёрки; двойное отношение; эквивалентность коник; связь с теорией относительности; пространство Минковского; полярное преобразование; теорема о полном четырехстороннике.

Алгебраические и трансцендентные числа; иррациональность сумм радикалов; иррациональность и трансцендентность чисел e и π ; лемма Туэ. Гауссовы суммы; аналитические идеи в доказательстве теоремы Дирихле.

Выпуклые множества на плоскости и в пространстве; крайние точки; теорема Крейна-Мильмана; теорема Каратеодори; теорема Хелли; сумма Минковского; смешанные объемы и неравенство Брунна-Минковского; ширина фигуры; оценки на расстояния, углы и площади; экстремальные покрытия.

Задачи по аддитивной теории чисел; представление чисел квадратичными формами; лемма Гензеля; использование кольца Гауссовых чисел и других числовых колец; числовые задачи во всероссийских и международных олимпиадах.

Теорема Фейербаха; лемма о сегменте; теорема Понселе; сложные геометрические задачи из всероссийских олимпиад:

Третья проблема Гильберта; жесткость многогранников; сферическая геометрия; равногранный тетраэдр.

Неравенства Караматы, Йенсена, Гельдера; тригонометрические неравенства; неравенства для последовательностей; применение дифференциального исчисления.

Задачи о плоских графах; хроматические числа и списочные числа; теорема Татта; вероятностный метод в комбинаторике; линейная алгебра в комбинаторике; комбинаторная теорема о нулях.

Задачи про непрерывные преобразования; теорема Брауэра о неподвижной точке; свойства измеримых множеств; функциональные уравнения; многочлены Чебышева и их экстремальные свойства; гладкие функции; интегральные неравенства и их применения.

Конфигурации прямых и точек; комплексные числа в геометрии; применение теорем Паскаля и Бриансона; барицентрический метод; соображения линейности.

Геометрические задачи на максимум и минимум; экстремальные задачи в теории графов; метод множителей Лагранжа.

Метапредметные результаты

- повышение уровня математической и общей умственной культуры учащихся;
- развитие когнитивных навыков и умений на примерах областей математической науки;
- создание стереоскопической картины математической науки и навыков математического анализа и синтеза;
- воспитание у учащихся целостного научного мировоззрения;

Личностные результаты

- профессиональная ориентация учащихся, интересующихся точными и естественными науками;
- успешные выступления учащихся на олимпиадах, турнирах, конференциях различного уровня.

Результаты обучения отслеживаются путем проведения тематических зачетов, анализа портфеля личностных достижений учащихся на олимпиадах, фестивалях и т.д., анализом успешности обучения выпускников в ВУЗах и их научной работы, а также постоянным анализом процесса решения задач в рамках занятий кружка.

Формы подведения итогов реализации ДОП

- ежегодные математические фестивали
- математические турниры
- конференции
- олимпиады различных уровней (районные, городские, всероссийские, международные, зарубежные национальные олимпиады),
- зачеты по различным теоретическим темам и практическим занятиям.

Контроль результатов обучения предусматривает применение средств диагностики достигнутых результатов (анкетирование, анализ творческих работ учащихся, семантических дифференциалов и др.). Оценка результатов сформированности основ математической культуры проводится с помощью комплекса методов, позволяющих делать выводы на основании изучения когнитивной (знания и умения), аффективной (личностные смыслы) и деятельностной (реальное и потенциальное поведение) сторон его личности.

II. Учебный план. Математический центр

2.1. Учебный план 1 года обучения.

№ п/п	Название раздела, темы	Количество часов			Формы контроля
		Всего	Теория	Практика	
	Инструктаж по ТБ.				
1.	<u>Задачи логического характера</u>	50	18	32	
2.	<u>Элементы алгебры и теории чисел</u>	34	16	18	Зачет
3.	<u>Задачи с геометрическими мотивами</u>	34	16	18	
4.	<u>Элементарная комбинаторика</u>	26	8	18	Олимпиада
	ИТОГО	144	58	86	

2.2. Учебный план 2 года обучения.

№ п/п	Название раздела, темы	Количество часов			Формы контроля
		Всего	Теория	Практика	
	Инструктаж по ТБ.				
1.	<u>Введение в математику</u>	62	26	36	
2.	<u>Методы, используемые в математике</u>	40	18	22	Олимпиада
3.	<u>Элементарная комбинаторика</u>	28	12	16	Зачет
	ИТОГО	130	56	74	

Индивидуальные занятия по подготовке к Городской олимпиаде

№п/п	Название темы	К-во часов (практика)
I	Задачи по теории чисел	14
II	Задачи по геометрии	20
III	Задачи на теорию графов	20
IV	Комбинаторные задачи	16
V	Задачи из теории игр	10
VI	Текстовые задачи	6
	ИТОГО	86

Итого: 216 часов.

2.3. Учебный план 3 года обучения.

№ п/п	Название раздела, темы	Количество часов			Формы контроля
		Всего	Теория	Практика	
	Инструктаж по ТБ.				
1.	<u>Теория чисел</u>	72	20	52	Зачет
2.	<u>Дополнительные главы геометрии</u>	44	10	34	Олимпиада
3.	<u>Основы теории графов</u>	36	16	20	Зачет
	ИТОГО	152	46	106	

Индивидуальные занятия по подготовке к Городской олимпиаде

№п/п	Название темы	К-во часов (практика)
I	Задачи по теории чисел	24
II	Задачи по геометрии	24
III	Задачи на теорию графов	24
IV	Комбинаторные задачи	22
V	Задачи на метод математической индукции	22
VI	Текстовые задачи, игры.	20
	ИТОГО	136

Итого: 288 часов.

2.4. Учебный план 4 года обучения.

№ п/п	Название раздела, темы	Количество часов			Формы контроля
		Всего	Теория	Практика	
	Инструктаж по ТБ.				
1.	Теория многочленов	46	20	26	Зачет
2.	Геометрические преобразования	66	30	36	

	(движения)				
3.	Геометрические преобразования (подобия)	42	16	26	Зачет
	ИТОГО	154	66	88	

Индивидуальные занятия по подготовке к Городской олимпиаде

№п/п	Название темы	К-во часов
I	Задачи по теории чисел	26
II	Задачи по геометрии	28
III	Неравенства в олимпиадных задачах.	24
IV	Комбинаторные задачи	34
V	Алгебраические задачи	22
	ИТОГО	134

Итого: 288 часов.

2.5. Учебный план 5 года обучения.

№ п/п	Название раздела, темы	Количество часов			Формы контроля
		Всего	Теория	Практика	
	Инструктаж по ТБ.				
1.	<u>Анализ-I</u>	82	32	50	Зачет
2.	<u>Общая алгебра-I (группы)</u>	48	22	26	Зачет
3.	<u>Геометрические преобразования (инверсия)</u>	38	18	20	Олимпиада
	ИТОГО	168	72	96	

Индивидуальные занятия по подготовке к Всероссийской олимпиаде

№п/п	Название темы	К-во часов
I	Задачи теории чисел	30
II	Задачи классической планиметрии	30
III	Неравенства в олимпиадных задачах	30
IV	Комбинаторные задачи	30
	Итого	120

Итого: 288 часов.

2.6. Учебный план 6 года обучения.

№ п/п	Название раздела, темы	Количество часов			Формы контроля
		Всего	Теория	Практика	
	Инструктаж по ТБ.				
1.	<u>Анализ-II</u>	48	22	26	Зачет
2.	<u>Геометрические преобразования (аффинные преобразования)</u>	36	16	20	Олимпиада
3.	<u>Алгебра (кольца и поля)</u>	46	18	28	Зачет
4.	<u>Анализ-III (Интегральное исчисление)</u>	38	10	28	
	ИТОГО	168	66	102	

Индивидуальные занятия по подготовке к Всероссийской олимпиаде

№п/п	Название темы	К-во часов
I	Задачи теории чисел	10
II	Задачи классической планиметрии	10
III	Геометрические неравенства	10
IV	Неравенства в олимпиадных задачах	10
V	Комбинаторные задачи	10
VI	Задачи по математическому анализу.	10
	Итого	60

Индивидуальные занятия по подготовке к Зимним учебно-тренировочным сборам кандидатов в сборную РФ на Международную олимпиаду по математике

№п/п	Название темы	К-во часов
I	Задачи теории чисел	10
II	Сложные задачи по геометрии	10
III	Задачи по математическому анализу.	10
IV	Неравенства.	10
V	Комбинаторные задачи	10
VI	Задачи, требующие смешанной техники	10
	Итого	60

Итого: 288 часов.

2.7. Учебный план 7 года обучения.

№ п/п	Название раздела, темы	Количество часов			Формы контроля
		Всего	Теория	Практика	
	Инструктаж по ТБ.				
1.	<u>Общая топология и начала функционального анализа</u>	30	20	10	
2.	<u>Геометрические преобразования (проективные преобразования)</u>	30	14	16	Зачет
3.	<u>Теория чисел (аналитическая)</u>	28	12	16	Зачет
4.	<u>Комбинаторная геометрия</u>	34	14	20	Олимпиада
	ИТОГО	122	60	62	

Индивидуальные занятия по подготовке к Всероссийской олимпиаде

№п/п	Название темы	К-во часов
I	Задачи теории чисел	10
II	Задачи классической планиметрии	10
III	Задачи по стереометрии	10
IV	Неравенства в олимпиадных задачах	10
V	Комбинаторные задачи	10
VI	Задачи по математическому анализу.	10
	Итого	60

Индивидуальные занятия по подготовке к Зимним учебно-тренировочным сборам кандидатов в сборную РФ на Международную олимпиаду по математике

№п/п	Название темы	К-во часов
I	Задачи теории чисел	8

II	Сложные задачи по геометрии	10
III	Задачи по математическому анализу	6
IV	Неравенства	8
V	Комбинаторные задачи	10
VI	Задачи на экстремальные значения	10
	Итого	52

Индивидуальные занятия по подготовке к Международной олимпиаде по математике

№п/п	Название темы	К-во часов
I	Сложные задачи теории чисел	10
II	Сложные задачи по геометрии	10
III	Задачи по математическому анализу	8
IV	Неравенства	8
V	Комбинаторные задачи	18
	Итого	54

Итого: 288 часов.

УТВЕРЖДЕН

Приказом № 128 «15» июня 2023г.

III. Календарный учебный график реализации дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы «Математический центр»

Год обучения	Дата начала обучения по программе	Дата окончания обучения по программе	Всего учебных недель	Количество учебных часов	Режим занятий
1 год	01.10	31.05	32	128	2 раза в неделю по 2 часа
2 год	01.09	31.05	36	216	2 раза в неделю по 3 часа
3 год	01.09	31.05	36	288	2 раза в неделю по 4 часа
4 год	01.09	31.05	36	288	2 раза в неделю по 4 часа
5 год	01.09	31.05	36	288	2 раза в неделю по 4 часа
6 год	01.09	31.05	36	288	2 раза в неделю по 4 часа
7 год	01.09	31.05	36	288	2 раза в неделю по 4 часа

IV. Оценочные и методические материалы.

Методические материалы

Издания серии «Библиотека математического кружка»;
Издания серии «Библиотечка физико-математической школы»;
Издания серии «Библиотечка журнала Квант»;
Подшивки журналов «Квант» и «Математика в школе».

Оценочные материалы

Материалы Санкт-Петербургской олимпиады школьников по математике;
Задачи муниципального, регионального и заключительного этапов Всероссийской олимпиады школьников по математике;
Вопросы и билеты ежегодных теоретических зачетов.

Виды и формы подведения итогов по программе

теоретический зачет, зачет по задачам, олимпиада, письменная работа, учет индивидуальных достижений учащихся (ведение портфолио).

Система оценивания результативности программы

Результативность программы оценивается по:
количеству дипломов призеров различных этапов Всероссийской олимпиады школьников по математике и олимпиад РСОШ;

количеству выпускников программы, выбравших математические специальности для обучения в ВУЗах;
удовлетворенность учащихся и их родителей.

V. Информационные источники.

5.1. Библиография для педагога

1. А.Я.Хинчин. Восемь лекций по математическому анализу. М.-Л., ОГИЗ.
2. Гальперин Г.А., Толпыго А.К. Московские математические олимпиады. М., Просвещение, 1986.
3. Г.Полиа, Г.Сеге. Задачи и теоремы из анализа.
4. Виноградов И.М. Основы теории чисел. М.-Л., Гостехиздат, 1952.
5. С.Страшевич, Е.Бровкин. Польские математические олимпиады. М., "Мир", 1978.
6. Й.Кюршак, Д.Нейкомм, Д.Хайош, Я.Шуранн. Венгерские математические олимпиады. М., "Мир", 1976.
7. Александров П.С. Введение в теорию групп. М.: Наука, 1980.
8. Васильев Н.Б., Егоров А.А. Задачи Всесоюзных математических олимпиад. М., Наука, 1988.
9. Зарубежные математические олимпиады. Под редакцией Сергеева И.Н. М., Наука, 1987.
10. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М., Наука, 1968
11. Яглом А.М, Яглом И.М. Неэлементарные задачи в элементарном изложении. М., Гостехиздат, 1954.

5.2. Интернет ресурсы для педагогов.

Geogebra.org; mccme.ru; problems.ru; kvant.mccme.ru, artofproblemsolving.com

5.3. Библиография для обучающихся

1. Р.Курант, Г. Роббинс. Что такое математика? М., 2001
2. Прасолов В. В. Задачи по планиметрии. М., Изд-во МЦНМО, 2008
3. Шарыгин И.Ф. Задачи по геометрии. Планиметрия. М., Наука, 1982.
4. Коксетер Г., Грейтцер С. Новые встречи с геометрией. М, Наука, 1978.
5. Балк М., Болтянский В. Геометрия масс. М., Наука, 1987.
6. Д.Пойа. Математическое открытие. М., Наука, 1976.
7. В.А.Уфнаровский. Математический аквариум. Кишинев, Штиница, 1987.
8. Виноградов И.М. Основы теории чисел. М.-Л., Гостехиздат, 1952.
9. Виленкин.Н.Я. и др. Комбинаторика. М.: МЦНМО, 2008.
10. О. Оре. Приглашение в теорию чисел. М., Наука, 1980.
11. Радемахер Г., Теплиц О. Числа и фигуры М., Физматгиз, 1962.
12. Яглом И.М. Геометрические преобразования. Том 1–2. М., ГИТТЛ, 1956.
13. Яглом А.М, Яглом И.М. Неэлементарные задачи в элементарном изложении. М., Гостехиздат, 1954.
14. Шклярский Д.О., Ченцов Н.Н, Яглом И.М. Избранные задачи и теоремы элементарной математики. Часть 1. Арифметика и алгебра. М., Наука, 1976. Часть 2. Геометрия (планиметрия). М., ГТТИ, 1952. Часть 3. Геометрия (Стереометрия). М.: ГТТИ, 1954.
15. Алфутова Н.Б., Устинов А.В. Алгебра и теория чисел для математических школ. М., МЦНМО, 2001.
16. Берлов С.Л., Кохась К.П. и др. Петербургские математические олимпиады. Сборники 1995 — 2023 гг.

5.4. Интернет ресурсы для учащихся.

Geogebra.org; mccme.ru; problems.ru; kvant.mccme.ru.

VI. РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Программа 1-го года обучения

1	Наименование раздела, темы раздела	Кол-во часов
1	ЗАДАЧИ ЛОГИЧЕСКОГО ХАРАКТЕРА	50
1,1	Игры и стратегии	2
1,2	Линейные игры	2
1,3	Симметричная стратегия	2
1,4	Игры с передачей хода	2
1,5	Принцип Дирихле	2
1,6	Понятие инварианта, задачи на инвариант	4
1,7	Задачи на полуинвариант	2
1,8	Принцип узких мест	4
1,9	Задачи на максимум и минимум	4
1,10	Математическая индукция	4
1,11	Задачи на математическую индукцию	4
1,12	Задачи на разбор с конца	2
1,13	Задачи про рыцарей и лжецов	4
1,14	Задачи на доказательство от противного	6
1,15	Задачи, решаемые перебором	2
1,16	Задачи на комбинацию методов	2
1,17	Задачи из городских олимпиад	2
2	ЭЛЕМЕНТЫ АЛГЕБРЫ И ТЕОРИИ ЧИСЕЛ	34
2,1	Задачи на четность	4
2,2	Делимость и делители натуральных чисел	4
2,3	Простые и составные числа	2
2,4	Разложение на простые множители	2
2,5	Задачи на простые числа	2
2,6	Взаимно простые числа	2
2,7	Свойства делимости	4
2,8	Суммирование отрезков натурального ряда	2
2,9	Степень с натуральным показателем	2
2,10	Деление с остатком	2
2,11	Признаки делимости	4
2,12	Задачи на деление с остатком	2
2,13	Задачи из районных олимпиад	2
3	ЗАДАЧИ С ГЕОМЕТРИЧЕСКИМИ МОТИВАМИ	34
3,1	Задачи на центральную симметрию	4
3,2	Задачи на осевую симметрию	4
3,3	Задачи на кратчайший путь	2
3,4	Задачи на равные расстояния	2
3,5	Задачи на разрезание	2
3,6	Задачи на разрезание и раскраску	2
3,7	Эйлеров путь и цикл	2
3,8	Задачи на Эйлеровы пути	2
3,9	Треугольники	2
3,10	Неравенство треугольника	2

3,11	Задачи на неравенство треугольника	2
3,12	Применения неравенства треугольника	2
3,13	Многоугольники	2
3,14	Вращение правильных многоугольников	2
3,15	Задачи на комбинацию методов	2
4	ЭЛЕМЕНТАРНАЯ КОМБИНАТОРИКА	26
4,1	Задачи на подсчет количества способов	4
4,2	Задачи на оптимальную стратегию	2
4,3	Турниры	2
4,4	Графы, основные понятия	2
4,5	Компоненты связности, достижимость	2
4,6	Задачи на графы	4
4,7	Задачи на деревья	2
4,8	ФВИ для двух и трех множеств, задачи на ФВИ	4
4,9	Степень вершин графа и ее свойства	4

Программа 2-го года обучения

1	ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИКУ	60
1,1	Неравенство треугольника и его следствия	3
1,2	Задача Иосифа Флавия и смежные вопросы	3
1,3	Неравенства о средних для двух чисел	3
1,4	Средние набора положительных чисел	3
1,5	Задачи про рыцарей и лжецов	3
1,6	Иррациональные числа. Проверка на иррациональность	3
1,7	Квадратные уравнения	3
1,8	Теоремы Виета и обратная к ней	3
1,9	Понятие площади. Задачи на площадь	3
1,10	Дискретная непрерывность	3
1,11	Введение в математическую логику. Простейшие логические операции	3
1,12	Введение в теорию графов	3
1,13	Введение в теорию множеств. Операции с множествами	3
1,14	Поиск площади. Площади некоторых геометрических фигур.	3
1,15	Основная теорема арифметики	3
1,16	НОД и НОК, их свойства	3
1,17	Арифметические прогрессии	3
1,18	Многоугольники. Разрезания на полимино	3
1,19	Геометрические неравенства	3
1,20	Числа Фибоначчи и их свойства	3
2	МЕТОДЫ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В МАТЕМАТИКЕ	42
2,1	Математическая индукция	6
2,2	Принцип узких мест	3
2,3	Принцип крайнего	3
2,4	Разбор с конца	6
2,5	Простейшие неравенства. Неравенство Бернулли	3
2,6	Задачи на перебор. Организация перебора	3
2,7	Доказательство от противного	3

2,8	Прямая и обратная теоремы	3
2,9	Задачи на перебор с отсечением	3
2,10	Игры и стратегии	3
2,11	Задачи на инвариант и полуинвариант	3
2,12	Задачи, решаемые раскрасками	3
3	ЭЛЕМЕНТАРНАЯ КОМБИНАТОРИКА	27
3,1	Биномиальные коэффициенты. Треугольник Паскаля	3
3,2	Различные комбинаторные тождества	3
3,3	Перестановки конечного множества	3
3,4	Комбинаторные конструкции	3
3,5	Задачи на числа Фибоначчи	3
3,6	Экстремальные вопросы в комбинаторике	3
3,7	Раскраски клетчатой плоскости и обычной плоскости	3
3,8	Подсчет количества способов	3
3,9	Метод двойного подсчета	3
4	ЗАДАЧИ ПО ТЕОРИИ ЧИСЕЛ	15
4,1	Числовые свойства биномиальных коэффициентов	3
4,2	Задачи на сумму цифр. Задачи про числа Репьюниты	3
4,3	Остатки степеней по простому модулю. Малая теорема Ферма	3
4,4	Остатки степеней по составному модулю	3
4,5	Мультипликативные функции	3
5	ЗАДАЧИ ПО ГЕОМЕТРИИ	21
5,1	I,II Признаки равенства треугольников	3
5,2	Свойства равнобедренных треугольников. Медианы треугольника	3
5,3	III Признак равенства треугольников	3
5,4	Параллелограмм, его свойства и признаки	3
5,5	Задачи на ГМТ	3
5,6	Биссектриса, высота, срединный перпендикуляр	3
5,7	Описанная окружность и вписанная окружность	3
6	ЗАДАЧИ НА ТЕОРИЮ ГРАФОВ	18
6,1	Ориентация ребер графа. Турнирные графы.	3
6,2	Компоненты связности	3
6,3	Независимые и доминирующие множества	3
6,4	Задачи на раскраски ребер и вершин	3
6,5	Остовное дерево и его поиск	3
6,6	Набор степеней вершин графа	3
7	КОМБИНАТОРНЫЕ ЗАДАЧИ	15
7,1	Задачи на разрезания на плоскости и в пространстве	3
7,2	Задачи на поиск необходимого набора	3
7,3	Задачи из районных и городских олимпиад	3
7,4	Кратчайший маршрут	3
7,5	Задачи на шахматной доске	3
8	ЗАДАЧИ ИЗ ТЕОРИИ ИГР	12

8,1	Задачи про взвешивания	3
8,2	Матричные игры	3
8,4	Задачи на симметричную стратегию	3
8,5	Задачи на выигрышные позиции	3
9	ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ	6
9,1	Задачи на движение по кругу и вдоль прямой	3
9,2	Задачи из районных и городских олимпиад	3

Программа 3-го года обучения

1	ОСНОВЫ ТЕОРИИ ГРАФОВ	36
1,1	Деревья. Выбор остовного дерева	4
1,2	Задачи на выбор остовного дерева	4
1,3	Методы перебора на графах	4
1,4	Изоморфизм графов	4
1,5	Двудольные графы	4
1,6	Турнирные графы	4
1,7	Покраски графов	4
1,8	Теорема Холла и близкие вопросы	4
1,9	Разные задачи на графы	4
2	Подготовка к городской олимпиаде. ЗАДАЧИ ПО ТЕОРИИ ГРАФОВ	24
2,1	Графы в задачах городских олимпиад	4
2,2	Олимпиадные задачи на теорему о сумме степеней вершин	4
2,3	Олимпиадные задачи на свойство связности	4
2,4	Олимпиадные задачи, сводящиеся к графам	4
2,5	Олимпиадные задачи о деревьях	4
2,6	Олимпиадная работа на тему "графы"	4
3	Подготовка к городской олимпиаде. ЗАДАЧИ ПО ТЕОРИИ ЧИСЕЛ	24
3,1	Числовые задачи в городских олимпиадах школьников	4
3,2	Числовые конструктивы в олимпиадах	4
3,3	Подсчет степеней простых в олимпиадных задачах	4
3,4	Трудные задачи по теории чисел	4
3,5	Задачи на НОДы и НОКи	4
3,6	Олимпиадная работа по теории чисел	4
4	Подготовка к городской олимпиаде. ЗАДАЧИ ПО ГЕОМЕТРИИ	24
4,1	Геометрические задачи в городских олимпиадах	4
4,2	Техника перебора случаев в олимпиадных задачах по геометрии	4
4,3	Олимпиадные задачи на замечательные точки и линии треугольника	4
4,4	Олимпиадные задачи на неравенство треугольника	4
4,5	Вектора в олимпиадных задачах	4
4,6	Геометрическая олимпиада	4
5	Подготовка к городской олимпиаде. КОМБИНАТОРНЫЕ ЗАДА-	24

	ЧИ	
5,1	Метод крайнего в задачах городских олимпиад	4
5,2	Олимпиадные задачи о клетчатых досках	4
5,3	Простейшие задачи комбинаторной геометрии	4
5,4	Олимпиадные задачи на максимум и минимум	4
5,5	Инвариант и полуинвариант в олимпиадных задачах	4
5,6	Разные комбинаторные олимпиадные задачи	4
6	Подготовка к городской олимпиаде. ЗАДАЧИ НА МЕТОД МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ИНДУКЦИИ	20
6,1	Индукция в задачах городских олимпиад	4
6,2	Обобщение утверждений для доказательства по индукции	4
6,3	Индукция в теории чисел	4
6,4	Индукция в комбинаторных задачах	4
6,5	Олимпиадная работа	4
7	Подготовка к городской олимпиаде. ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ, ИГРЫ	20
7,1	Текстовые олимпиадные задачи в городских олимпиадах	8
7,2	Игры: повторение основных методов	4
7,3	Сложные игровые задачи из олимпиад школьников	4
7,4	Олимпиада по играм	4
8	ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ	72
8,1	Сравнения.	4
8,2	Линейные сравнения	4
8,3	Решение линейных сравнений разными методами	8
8,4	Китайская теорема об остатках. Конструктивное и биективные доказательства	4
8,5	Задачи на китайскую теорему об остатках	4
8,6	Задачи на формулы для количества и суммы делителей	4
8,7	Задачи на функцию Эйлера	4
8,8	Задачи на малую теорему Ферма, теорему Эйлера. Числа Кармайкла	8
8,9	Линейные диофантовы уравнения. Связь с алгоритмом Евклида	4
8,1	Решение линейных уравнений разными методами	8
8,11	Различные диофантовы уравнения: исследования по модулю	8
8,12	Конечность и бесконечность числа решений диоф. уравнений	4
8,13	Математическая индукция в задачах по теории чисел	4
8,14	Итоговое занятие по теме "теория чисел"	4
9	ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ГЛАВЫ ГЕОМЕТРИИ	44
9,1	Задачи на вписанные четырехугольники	4
9,2	Задачи на описанные четырехугольники	4
9,3	Нестандартные признаки равенства треугольников	4
9,4	Геометрические построения; построение нестандартными средствами	4
9,5	Векторы: определения, свойства, основные операции	4
9,6	Техника направленных углов	4
9,7	Задачи, требующие направленных углов	4

9,8	Прямая Эйлера и окружность девяти точек	4
9,9	Решение задач с помощью векторов	4
9,10	Задачи на свойства ортоцентра	4
9,11	Координатный метод в геометрии	4

Программа 4-го года обучения

1	ТЕОРИЯ МНОГОЧЛЕНОВ	44
1,1	Многочлены. Определения и простейшие свойства.	4
1,2	Простейшие задачи на многочлены.	4
1,3	Делимость многочленов. Деление с остатком. Сравнения.	4
1,4	Алгоритм Евклида для многочленов, НОД многочленов	4
1,5	Задачи на сравнения по модулю многочленов	4
1,6	Корни многочленов. Теорема Безу	4
1,7	Применение интерполяции в задачах	4
1,8	Задачи о корнях многочленов	4
1,9	Формальное и функциональное равенства многочленов	4
1,10	Многочлены с целыми коэффициентами, основные свойства	4
1,11	Неприводимость многочленов. Лемма Гаусса, критерий Эйзенштейна	4
2	Подготовка к городской олимпиаде. ЗАДАЧИ ПО ТЕОРИИ ЧИСЕЛ	28
2,1	Олимпиадные задачи на малую теоремы Ферма и Эйлера	4
2,2	Задачи на технику сравнений	4
2,3	Олимпиадные задачи, сводящиеся к диофантовым уравнениям	4
2,4	Задачи на свойства простых чисел	8
2,5	Разные задачи по теории чисел из городских олимпиад	8
3	Подготовка к городской олимпиаде. ЗАДАЧИ ПО ГЕОМЕТРИИ	28
3,1	Задачи на комбинацию окружностей в городских олимпиадах	4
3,2	Задачи на технику направленных углов	4
3,3	Олимпиадные задачи на нахождение ГМТ	4
3,4	Олимпиадные задачи на применение площадей	4
3,5	Олимпиадные задачи на тригонометрические вычисления	4
3,6	Применение координат в олимпиадных задачах	4
3,7	Применение векторов в олимпиадных задачах	4
4	Подготовка к городской олимпиаде. НЕРАВЕНСТВА В ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧАХ	24
4,1	Задачи, требующие замены переменных	4
4,2	Задачи, сводящихся к неравенствам о средних	4
4,3	Применение КБШ	4
4,4	Симметричные и циклические неравенства	4
4,5	Разные неравенства из задач городских олимпиад	8
6	Подготовка к городской олимпиаде. КОМБИНАТОРНЫЕ ЗАДАЧИ	32
6,1	Задачи о клетчатых досках в задачах городских олимпиад	4
6,2	Индукция в олимпиадных задачах	4

6,3	Задачи на подсчет двумя способами	4
6,4	Графы в задачах городских олимпиад	4
6,5	Инварианты и полуинварианты в задачах	4
6,6	Задачи на комбинаторные формулы	4
6,7	Сложные задачи на принцип Дирихле	4
6,8	Разные комбинаторные задачи из городских олимпиад	4
7	Подготовка к городской олимпиаде. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ	24
7,1	Олимпиадные задачи на элементарные свойства многочленов	4
7,2	Системы уравнений в задачах олимпиад	4
7,3	Преобразование формул	4
7,4	Применение неравенств в алгебраических задачах	4
7,5	Разные алгебраические задачи из городских олимпиад	8
8	Подготовка к городской олимпиаде. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ (ДВИЖЕНИЯ)	64
8,1	Понятие движения плоскости. Основные примеры, свойства	4
8,2	Простейшие задачи на движения	4
8,3	Задачи на параллельный перенос	4
8,4	Поворот	4
8,5	Задачи на применение поворотов	4
8,6	Задачи на осевую симметрию	4
8,7	Композиция движений	4
8,8	Задачи на композицию поворотов	4
8,9	Представление движений симметриями	4
8,10	Теорема Шаля	4
8,11	Задача на классификацию движений	4
8,12	Движения в координатах	4
8,13	Задачи на описание движений в координатах, векторах	4
8,14	Построения при помощи движений	4
8,15	Задачи на построения	4
8,16	Нахождение ГМТ с помощью движений	4
9	Подготовка к городской олимпиаде. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ (ПОДОБИЯ)	44
9,1	Преобразования подобия: определения, простейшие свойства.	4
9,2	Гомотетия. Методы применения гомотетии при решении задач	4
9,3	Задачи на применения гомотетии	8
9,4	Поворотная гомотетия. Теорема о двойственности	4
9,5	Задачи на поворотную гомотетию	4
9,6	Теорема о трех центрах подобий	4
9,7	Задачи на применение теоремы о трех центрах подобий	8
9,8	Построения при помощи преобразований подобия	4
9,9	Нахождение ГМТ при помощи подобий	4

Программа 5-го года обучения

1	АНАЛИЗ-1	80
1,1	Подготовительные задачи, связанные с пределами.	4

1,2	Пределы последовательностей, арифметические действия.	4
1,3	Вычисление точных границ множеств	4
1,4	Супремумы, инфимумы, связь с пределами	4
1,5	Полные и не полные пространства. Полнота прямой.	4
1,6	Задачи на использование и нахождение пределов	4
1,7	Теорема Банаха и сжимающие отображения	4
1,8	Замечательные пределы и задачи на них	4
1,9	Решение задач: контрпримеры в анализе	4
1,1	Пределы функций. Равносильность определений.	4
1,11	Непрерывность и ее свойства.	4
1,12	Задачи на непрерывность функций	4
1,13	Геометрические приложения теоремы Больцано-Коши.	4
1,14	Производная.	4
1,15	Теоремы Ферма и Ролля, Лагранжа, Коши	4
1,16	Использование производной в разных науках	4
1,17	Решение задач на теоремы Роля, Ферма, Лагранжа	4
1,18	Типы множеств на прямой	4
1,19	Комбинированные задачи по анализу	4
1,2	Обобщающее занятие: задачи по мат. анализу	4
2	ОБЩАЯ АЛГЕБРА: ГРУППЫ	48
2,1	Теория групп: Эрлангенская программа. Определение группы	4
2,2	Решение задач: примеры групп	4
2,3	Решение задач на группы	4
2,4	Подгруппы. Нормальность	4
2,5	Подгруппы. Нормальность	4
2,6	Гомоморфизмы, основные свойства	4
2,7	Решение задач на группы и автоморфизмы	4
2,8	Порождающие элементы: решение задач	4
2,9	Идея факторизации. Фактор группы	4
2,1	Теоремы о гомоморфизме	4
2,11	Решение задач: приложения теории групп	4
2,12	Итоговое занятие: разные задачи на группы	4
3	ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ	32
3,1	Задачи по теории чисел: квадратичные вычеты	4
3,2	Задачи по теории чисел: решение сравнений высоких степеней	4
3,3	Задачи по теории чисел: квадратичный закон взаимности	4
3,4	Задачи по теории чисел: работа с иррациональностями	4
3,5	Задачи по теории чисел: ряды Фарея и близкие идеи	4
3,6	Индукция в олимпиадных задачах по теории чисел	4
3,7	Задачи по теории чисел из Всероссийских олимпиад	4
3,8	Трудные задачи по теории чисел	4
4	ЗАДАЧИ КЛАССИЧЕСКОЙ ПЛАНИМЕТРИИ	32
4,1	Решение задач по планиметрии: прямая Эйлера	4
4,2	Задачи по геометрии: изогональное сопряжение	4
4,3	Метод проекций при решении геометрических задач	4
4,4	Вычислительные задачи по геометрии	4

4,5	Использование векторов при решении геометрических задач	4
4,6	Задачи по геометрии из Всероссийских олимпиад	4
4,7	Задачи по геометрии: решение обратной задачи	4
4,8	Задачи по геометрии: теорема Кэйзи; задача Мальфатти	4
5	НЕРАВЕНСТВА В ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧАХ	32
5,1	Разложение на множители как метод доказательства неравенств	4
5,2	Решение задач: транснеравенство и неравенство о средних	4
5,3	Сравнение чисел, неравенство Бернулли	4
5,4	Задачи на неравенство КБШ: сложные задачи	4
5,5	Применение идеи однородности при доказательстве неравенств	4
5,6	Симметричные неравенства. Применение неравенства Мюрхеда	4
5,7	Неравенства из Всероссийских олимпиад	4
5,8	Задачи на комбинированные методы доказательства неравенств	4
6	КОМБИНАТОРНЫЕ ЗАДАЧИ	28
6,1	Задачи о раскрасках плоскости и клетчатых досок	4
6,2	Задачи на графы из Всероссийских олимпиад	4
6,3	Задачи на графы: выбор остовного дерева и раскраски графов	4
6,4	Задачи на применение теоремы Холла	4
6,5	Задачи на подсчет двумя способами	4
6,6	Олимпиадные задачи на максимум и минимум	4
6,7	Индукция в олимпиадных комбинаторных задачах	4
7	ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ (ИНВЕРСИЯ)	36
7,1	Определение инверсии. Основные свойства. Обобщение понятия симметрии	4
7,2	Сохранение углов при инверсии	4
7,3	Неевклидова геометрия: основные идеи, роль инверсии	4
7,4	Простейшие задачи про инверсию	4
7,5	Наборы касающихся окружностей в задачах на инверсию	4
7,6	Олимпиадные задачи, требующие применения инверсии	4
7,7	Связь между комплексными числами и инверсией. Конформность	4
7,8	Комбинированные задачи на применение разных свойств инверсии	4
7,9	Инверсия как способ геометрических построений	4

Программа 6-го года обучения

1	АНАЛИЗ-2	48
1.1	Различные определения предела функции и последовательности	4
1.2	Аддитивные и мультипликативные свойства предела	4
1.3	Решение задач на нахождение предела по определению	4
1.4	Использование свойств б. малых и б. больших при решении задач	4
1.5	Принцип сжатой переменной	4
1.6	Критерий Коши	4
1.7	Предельный переход в неравенствах	4
1.8	Определение числа e	4
1.9	Задачи на замечательные пределы	4
1.10	Замена на эквивалентные	4

1.11	Производная	4
1.12	Вычисление сложных производных	4
2	Подготовка к зимним сборам. ЗАДАЧИ ПО ТЕОРИИ ЧИСЕЛ	8
2.1	Задачи по теории чисел на делимость и сравнения	4
2.2	Рациональные приближения	4
3	Подготовка к зимним сборам. СЛОЖНЫЕ ЗАДАЧИ ПО ГЕОМЕТРИИ	12
3.1	Задачи на применение геометрических преобразований	4
3.2	Вычислительные задачи: координаты, вектора, тригонометрия	4
3.3	Задачи по геометрии из олимпиад Зимних Сборов	4
4	Подготовка к зимним сборам. ЗАДАЧИ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ	8
4.1	Функциональные уравнения	4
4.2	Использование свойств пределов последовательностей и функций	4
5	Подготовка к зимним сборам. НЕРАВЕНСТВА	12
5.1	Задачи из разных областей, сводящиеся к неравенствам	4
5.2	Неравенства, требующие смешанной техники	4
5.3	Неравенства из олимпиад Зимних Сборов	4
6	Подготовка к зимним сборам. КОМБИНАТОРНЫЕ ЗАДАЧИ	12
6.1	Построение явных биекций	4
6.2	Задачи на клетчатых досках	4
6.3	Сложные задачи по теории графов	4
7	Подготовка к зимним сборам. ЗАДАЧИ, ТРЕБУЮЩИЕ СМЕШАННОЙ ТЕХНИКИ	8
7.1	Производящие функции в комбинаторике	4
7.2	Разные задачи из олимпиад Зимних Сборов	4
8	ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ (аффинные)	36
8.1	Определение аффинного преобразования	4
8.2	Образы луча, прямой, отрезка при аффинном преобразовании	4
8.3	Теорема об образе трех точек, не лежащих на одной прямой	4
8.4	Решение задач с помощью аффинных преобразований	4
8.5	Гомотетия как пример аффинного преобразования. Задачи	4
8.6	Теорема о трех колпаках	4
8.7	Задачи на теорему о трех колпаках	4
8.8	Изменение площадей при аффинном преобразовании	4
8.9	Аффинное преобразование в пространстве	4
9	ОБЩАЯ АЛГЕБРА: КОЛЬЦА И ПОЛЯ	44
9.1	Определение кольца: примеры	4
9.2	Свойства колец. Определение идеала	4
9.3	Решение задач на проверку свойств кольца	4
9.4	Решение задач на проверку свойств идеала	4
9.5	Факторкольца	4

9.6	Теорема о факторкольце по простому идеалу	4
9.7	Понятие поля	4
9.8	Решение задач на понятие поля	4
9.9	Характеристика поля в задачах	4
9.10	Расширения полей. Примеры	4
9.11	Теорема о факторкольце по простому и максимальному идеалу	4
10	Подготовка к Всероссийской олимпиаде. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ	12
10.1	Квадратичные вычеты и невычеты	4
10.2	Техника работы с показателями	4
10.3	Различные задачи из городских и Всероссийских олимпиад	4
11	Подготовка к Всероссийской олимпиаде. ЗАДАЧИ КЛАССИЧЕСКОЙ ПЛАНИМЕТРИИ	8
11.1	Гармонический четырехугольник	4
11.2	Вычислительные задачи по геометрии	4
12	Подготовка к Всероссийской олимпиаде. НЕРАВЕНСТВА В ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧАХ	12
12.1	Задачи на комбинированные методы доказательства неравенств	4
12.2	Применение производной при доказательстве неравенств	4
12.3	Идея "американской замены"	4
13	Подготовка к Всероссийской олимпиаде. КОМБИНАТОРНЫЕ ЗАДАЧИ	8
13.1	Теорема Турана	4
13.2	Производящие функции при решении комбинаторных задач	4
14	Подготовка к Всероссийской олимпиаде. ЗАДАЧИ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ	12
14.1	Разные задачи на аналитические свойства последовательностей	4
14.2	Задачи на нахождение максимума-минимума функций	4
14.3	Задачи городских и Всероссийских олимпиад по мат. анализу	4
15	Подготовка к Всероссийской олимпиаде. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ НЕРАВЕНСТВА	12
15.1	Неравенства на площади	4
15.2	Неравенства на отрезки и углы	4
15.3	Экстремальные геометрические задачи	4
16	АНАЛИЗ-3 (интегралы)	36
16.1	Алгебраическое определение неопределенного интеграла	4
16.2	Суммы Римана и Дарбу. Определение интеграла Римана	4
16.3	Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление интегралов	4
16.4	Замена переменной при интегрировании	4
16.5	Интегрирование по частям, задачи	4
16.6	Внесение под знак дифференциала	4
16.7	Интегрирование рациональных функций	4
16.8	Интегрирование тригонометрических функций	4
16.9	Вычисление площадей	4

Программа 7-го года обучения

1	Общая топология и начала функционального анализа	32
1,1	Топология, предел, непрерывность, компактность на прямой	4
1,2	Общее определение топологического пространства	4
1,3	Аксиомы отделимости, связность, линейная связность	4
1,4	Топологические определения непрерывности и предела. Гомеоморфизмы.	4
1,5	Нормированные пространства, Банаховы пространства	4
1,6	Теорема о замкнутом графике и теорема об открытом отображении.	4
1,7	Теорема Хана-Банаха	4
1,8	Приложение методов топологии в задачах геометрии	4
2	Геометрические преобразования	32
2,1	Понятие проективного преобразования	4
2,2	Стереографическая проекция, компактификация плоскости	4
2,3	Проективные координаты, гармонические четвёрки	4
2,4	Сохранение двойного отношения	4
2,5	Эквивалентность коник	4
2,6	Пространство Минковского	4
2,7	Олимпиадные задачи на проективные преобразования и полярные преобразования	4
2,8	Задачи на использование теоремы о полном четырехстороннике	4
3	Теория чисел (аналитическая)	28
3,1	Алгебраические и трансцендентные числа	4
3,2	Доказательство иррациональности сумм радикалов	4
3,3	Иррациональность чисел e и π	4
3,4	Трансцендентность чисел e и π	4
3,5	Лемма Туэ	4
3,6	Гауссовы суммы, их свойства и использование	4
3,7	Аналитические идеи в доказательстве теоремы Дирихле	4
4	Комбинаторная геометрия	32
4,1	Выпуклые множества в пространстве и на плоскости. Крайние точки.	4
4,2	Теорема Крейна-Мильмана (конечномерный случай)	4
4,3	Теорема Каратеодори	4
4,4	Теорема Хелли, задачи на теорему Хелли	4
4,5	Сумма Минковского. Смешанные объемы и неравенство Брунна-Минковского	4
4,6	Задачи на понятие ширины фигуры	4
4,7	Оценки на расстояния и углы. Оценки на площади фигур	4
4,8	Экстремальные покрытия	4
5	Задачи теории чисел	28
5,1	Задачи по аддитивной теории чисел	4
5,2	Представления натуральных чисел квадратичными формами	4
5,3	Аналитические идеи в теории чисел	4
5,4	Применение леммы Гензеля	4
5,5	Использование кольца гауссовых чисел и других числовых колец	4

5,6	Ряды Фарея и близкие идеи	4
5,7	Задачи по теории чисел из Международных и всероссийских олимпиад	4
6	Задачи классической планиметрии	12
6,1	Применение теоремы Фейербаха	4
6,2	Лемма о сегменте	4
6,3	Теорема Понселе	4
7	Неравенства	24
7,1	Неравенство Караматы, Иейнсена и Гельдера	4
7,2	Тригонометрические неравенства	4
7,3	Неравенства для последовательностей	4
7,4	Аналитические неравенства: применение дифф. исчисления	4
7,5	Индукция в неравенствах	4
7,6	Неравенства из Всероссийских и Международных олимпиад	4
8	Комбинаторные задачи	36
8,1	Связность графов	4
8,2	Раскраска графов	4
8,3	Задача о плоских графах	4
8,4	Хроматические и списочные числа графов	4
8,5	Теорема Татта	4
8,6	Метод производящих функций	4
8,7	Вероятностный метод в комбинаторике	4
8,8	Линейная алгебра в комбинаторике	4
8,9	Комбинаторная теорема о нулях	4
9	Задачи по математическому анализу	20
9,1	Сложные задачи про непрерывные отображения. Теорема Брауэра о неподвижной точке.	4
9,2	Непрерывная одномерная динамика	4
9,3	Функциональные уравнения	4
9,4	Экстремальные свойства многочленов Чебышева	4
9,5	Интегральные неравенства	4
10	Задачи по стереометрии	12
10,1	3-я проблема Гильберта. Теорема Коши о жесткости многогранников	4
10,2	Сферическая тригонометрия	4
10,3	Равногранный тетраэдр	4
11	Сложные задачи по геометрии	20
11,1	Применение полярных преобразований. Теоремы Паскаля и Брианшона.	4
11,2	Применение комплексных чисел в геометрии	4
11,3	Решение задач с помощью барицентрических координат	4
11,4	Идеи алгебраической геометрии в элементарной планиметрии	4
11,5	Задачи из Международных и Всероссийских олимпиад	4
12	Задачи на экстремальные значения	12
12,1	Геометрические задачи на максимум минимум	4
12,2	Экстремальные задачи теории графов	4
12,3	Метод множителей Лагранжа	4