

**Краткая инструкция**

На обратной стороне этого листа нужно разборчиво подписать работу, заполнив соответствующие поля. Там же находится таблица ответов, которую до конца работы следует заполнить: записать ответ для решенных заданий или поставить прочерк, если задание не удалось выполнить. Полные решения задач записываются в отдельной тетради в клетку, которую нужно разборчиво подписать. Решать задачи и записывать решения можно в любом порядке, указывая номер задачи. Можно использовать черновики (чистые листы бумаги), сдавать их не нужно. По истечении времени нужно сдать этот лист с заполненной обратной стороной и подписанную тетрадь с решениями.

**Задания**

1. Упростите  $\left(\frac{d-2}{d+2} - \frac{d^3+8}{d^2-4d+4} \cdot \frac{2-d}{d^2-2d+4}\right) : \left(d+2 + \frac{8}{d-2}\right)$ .
2. Решите неравенство  $\frac{3}{5x-1} + \frac{4}{3x+1} \geq 1$ .
3. Найдите все значения параметра  $p$ , при каждом из которых уравнение  $\frac{(2p-3)x^2 - (3p+2)x + p-1}{x-2} = 0$  имеет ровно один корень.
4. Составьте квадратное уравнение с целыми коэффициентами, имеющее корни  $\frac{2-x_1}{x_2}$  и  $\frac{2-x_2}{x_1}$ , где  $x_1$  и  $x_2$  — корни уравнения  $3x^2 + 2x - 9 = 0$ .
5. Постройте график функции  $g(x) = \frac{4\sqrt{x^2+4x+4}}{\sqrt{16+8x+x^2+x}}$ .
6. С помощью построенного в предыдущем задании графика определите все значения  $k$ , при каждом из которых прямая  $y = k(x+2)$  имеет с данным графиком более одной общей точки.
7. Упростите  $\frac{17\sqrt{3}}{3\sqrt{5}-7\sqrt{3}} - \frac{3\sqrt{5}-\sqrt{3}}{5\sqrt{3}-4\sqrt{5}}$ .
8. Пусть  $T = \left(\frac{4}{2\sqrt{a}-3\sqrt{b}} - \frac{14\sqrt{b}}{2a+\sqrt{ab}-6b} + \frac{7}{\sqrt{a}+2\sqrt{b}}\right) : \left(\frac{1}{\sqrt{a}+2\sqrt{b}} - \frac{1}{\sqrt{a}}\right)$ .
  - а) Упростите  $T$ .
  - б) Найдите значение  $T$  при  $a = 92$ ,  $b = 207$ .
  - в) Найдите значение  $T$  при  $a = 153$ ,  $b = 68$ .
9. Смешали какое-то количество 40-процентного и 75-процентного раствора кислоты, в результате чего получился 61-процентный раствор кислоты. Если бы каждого раствора взяли на 40 литров меньше, то получился бы 65-процентный раствор. Сколько литров каждого раствора было взято первоначально?
10. Двое бегают вокруг озера. Скорость каждого постоянна и на один круг один из них тратит на 7 минут меньше другого. Если они начинают бежать с общего старта одновременно и в одном направлении, то впервые встретятся через 1 ч 24 мин. Через какое время они впервые встретятся, если побегут одновременно с общего старта в противоположных направлениях?
11. Решите уравнение  $\frac{3}{(x-5)(x+2)} + \frac{5}{(x-4)(x+1)} = -2$ .
12. Решите уравнение  $|3x^2 + 18x - 23| - |13 - 2x^2 - 12x| = -1$ .
13. В равнобедренной трапеции даны: длина меньшего основания трапеции —  $a$ , высота трапеции —  $h$ , острый угол трапеции —  $\alpha$ . Найдите периметр, среднюю линию и площадь этой трапеции.
14. На сторонах  $AB$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  соответственно выбрали точки  $D$  и  $E$  так, что  $DE \parallel BC$ . Оказалось, что  $AE = 4$ ,  $ED = 5$ ,  $DB = 6$ ,  $BC = 20$ . Найдите периметр и площадь четырехугольника  $BDEC$ .
15. Пусть  $CH$  — высота прямоугольного треугольника  $ABC$ , проведенная к гипотенузе,  $AH = 9$  см,  $BC = 20$  см. Найдите площадь треугольника  $ABC$ .
16. На стороне  $BC$  параллелограмма  $ABCD$  выбрана точка  $K$  так, что  $BK : CK = 5 : 2$ . Отрезок  $KD$  пересекает диагональ  $AC$  параллелограмма в точке  $M$ . Луч  $BM$  пересекает отрезок  $CD$  в точке  $P$ . Найдите отношение  $CP : PD$ .
17. Найдите количество трехзначных чисел, делящихся на 6, в записи которых встречается цифра 7.
18. Решите уравнение в целых числах  $x(x+2) = y^2 + 30$ .
19. а) Можно ли число 2023 представить в виде суммы двух натуральных чисел, суммы цифр которых равны?  
 б) Можно ли число 799 представить в виде суммы двух натуральных чисел, суммы цифр которых равны?  
 в) Найдите наименьшее натуральное число, которое можно представить в виде суммы пяти различных натуральных чисел, суммы цифр которых равны.

Вступительная работа в 9 класс, 23.04.2023  
I вариант  
Данные о поступающем (пишите, пожалуйста, разборчиво):

Фамилия \_\_\_\_\_

Имя, Отчество (полностью) \_\_\_\_\_

Школа, класс \_\_\_\_\_

Телефон \_\_\_\_\_

**Таблица ответов**

Номер задачи	Ответ
1	
2	
3	
4	
5	Здесь изобразите график
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	

## Краткая инструкция

На обратной стороне этого листа нужно разборчиво подписать работу, заполнив соответствующие поля. Там же находится таблица ответов, которую до конца работы следует заполнить: записать ответ для решенных заданий или поставить прочерк, если задание не удалось выполнить. Полные решения задач записываются в отдельной тетради в клетку, которую нужно разборчиво подписать. Решать задачи и записывать решения можно в любом порядке, указывая номер задачи. Можно использовать черновики (чистые листы бумаги), сдавать их не нужно. По истечении времени нужно сдать этот лист с заполненной обратной стороной и подписанную тетрадь с решениями.

## Задания

- Упростите  $\left(\frac{c+2}{c-2} - \frac{8-c^3}{c^2+4c+4} \cdot \frac{c+2}{c^2+2c+4}\right) : \left(c-2 + \frac{8}{c+2}\right)$ .
- Решите неравенство  $\frac{5}{2x+1} + \frac{2}{7x-1} \leq 3$ .
- Найдите все значения параметра  $q$ , при каждом из которых уравнение  $\frac{(2q+1)x^2 + (3q-2)x + q + 2}{x+3} = 0$  имеет ровно один корень.
- Составьте квадратное уравнение с целыми коэффициентами, имеющее корни  $\frac{x_1-1}{x_2}$  и  $\frac{x_2-1}{x_1}$ , где  $x_1$  и  $x_2$  — корни уравнения  $2x^2 - 3x - 8 = 0$ .
- Постройте график функции  $h(x) = \frac{6\sqrt{x^2 - 2x + 1}}{\sqrt{4 - 4x + x^2 - x}}$ .
- С помощью построенного в предыдущем задании графика определите все значения  $k$ , при каждом из которых прямая  $y = k(x-1)$  имеет с данным графиком более одной общей точки.
- Упростите  $\frac{2\sqrt{5} - \sqrt{3}}{5\sqrt{3} - 4\sqrt{5}} - \frac{21\sqrt{5}}{4\sqrt{5} - 6\sqrt{3}}$ .
- Пусть  $M = \left(\frac{1}{\sqrt{c+3\sqrt{d}}} - \frac{1}{\sqrt{c}}\right) : \left(\frac{6}{3\sqrt{c} - 2\sqrt{d}} - \frac{22\sqrt{d}}{3c + 7\sqrt{cd} - 6d} + \frac{3}{\sqrt{c+3\sqrt{d}}}\right)$ .
  - Упростите  $M$ .
  - Найдите значение  $M$  при  $c = 99$ ,  $d = 275$ .
  - Найдите значение  $M$  при  $c = 76$ ,  $d = 171$ .
- Смешали какое-то количество 30-процентного и 65-процентного раствора кислоты, в результате чего получился 55-процентный раствор кислоты. Если бы каждого раствора взяли на 20 литров больше, то получился бы 51-процентный раствор. Сколько литров каждого раствора было взято первоначально?
- Двое бегают вокруг озера. Скорость каждого постоянна и на один круг один из них тратит на 9 минут меньше другого. Если они начинают бежать с общего старта одновременно в противоположных направлениях, то впервые встретятся через 20 мин. Через какое время они впервые встретятся, если побегут одновременно с общего старта в одном направлении?
- Решите уравнение  $\frac{10}{(x-3)(x+6)} + \frac{9}{(x+4)(x-1)} = -1$ .
- Решите уравнение  $|5x^2 - 20x - 28| - |8x + 9 - 2x^2| = -1$ .
- В равнобедренной трапеции даны: длины оснований трапеции —  $a$  и  $b$  ( $a < b$ ), острый угол трапеции —  $\alpha$ . Найдите периметр, высоту и площадь этой трапеции.
- На сторонах  $AD$  и  $AE$  треугольника  $ADE$  соответственно выбрали точки  $C$  и  $B$  так, что  $BC \parallel DE$ . Оказалось, что  $AB = 5$ ,  $BC = 6$ ,  $CD = 4$ ,  $DE = 18$ . Найдите периметр и площадь четырехугольника  $BCDE$ .
- Пусть  $CH$  — высота прямоугольного треугольника  $ABC$ , проведенная к гипотенузе,  $BH = 16$  см,  $AC = 15$  см. Найдите площадь треугольника  $ABC$ .
- На стороне  $AD$  параллелограмма  $ABCD$  выбрана точка  $P$  так, что  $AP : DP = 4 : 3$ . Отрезок  $PC$  пересекает диагональ  $BD$  параллелограмма в точке  $K$ . Луч  $AK$  пересекает отрезок  $CD$  в точке  $M$ . Найдите отношение  $CM : MD$ .
- Найдите количество трехзначных чисел, делящихся на 6, в записи которых встречается цифра 5.
- Решите уравнение в целых числах  $y(y-2) = x^2 + 28$ .
- а) Можно ли число 2021 представить в виде суммы двух натуральных чисел, суммы цифр которых равны?  
б) Можно ли число 599 представить в виде суммы двух натуральных чисел, суммы цифр которых равны?  
в) Найдите наименьшее натуральное число, которое можно представить в виде суммы шести различных натуральных чисел, суммы цифр которых равны.

Вступительная работа в 9 класс, 23.04.2023  
II вариант  
Данные о поступающем (пишите, пожалуйста, разборчиво):

Фамилия \_\_\_\_\_

Имя, Отчество (полностью) \_\_\_\_\_

Школа, класс \_\_\_\_\_

Телефон \_\_\_\_\_

**Таблица ответов**

Номер задачи	Ответ
1	
2	
3	
4	
5	Здесь изобразите график
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	