

Президентский физико-математический лицей №239
Рейтинговая работа для поступающих в восьмой класс
Санкт-Петербург, 17 апреля, 2016 год

I вариант

Эту таблицу заполнять не нужно!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10а	10б	Σ

Данные о поступающем (пишите, пожалуйста, разборчиво):

Фамилия, Имя, Отчество (полностью) _____

Школа _____

Класс _____

Домашний адрес _____

Телефон _____

Решать задачи можно в любом порядке. Записывать нужно и решение, а не только ответ.
Этот лист сдается вместе с подписанной тетрадью с решениями.

1. Вычислите $\frac{(5 \cdot 3^{18} + (-3)^{19}) \cdot 2^{34}}{12^{18}}$.
2. Найдите число, если его 17% составляют $(1\frac{13}{14} - 3\frac{4}{7} : 1,25) \cdot (2015\frac{3}{7} - 2016\frac{46}{91}) - (-0,7)^2$.
3. Если брат отдаст сестре 300 рублей, то денег у них станет поровну. Если сестра отдаст брату 40% своих денег, то у нее станет в три раза меньше денег, чем у брата. Определите, сколько денег у брата и сколько у сестры.
4. Определите, лежат ли точки $A(10; -2)$, $B(20; 3)$ и $C(2016; 1001)$ на одной прямой.
5. Сократите дробь $\frac{a^3 + a^2c + abc - b^3 + b^2c}{(b^2 + c^2) - (a^2 + 2bc)}$.
6. Решите уравнение $x^2y^2 + 17 + x^2 - 8xy + 2x = 0$.
7. Точки B и O расположены по разные стороны от прямой AC , при этом $OA = OB = OC$ и $\angle AOB = 52^\circ$. Найдите $\angle ACB$.
8. Через вершину B треугольника ABC провели прямую l , параллельную AC . Биссектриса угла $\angle BSA$ пересекает прямую l в точке D . Точка K такова, что B — середина DK . Докажите, что $\triangle CDK$ — прямоугольный.
9. Назовем натуральное трехзначное число *хорошим*, если оно кратно трем и первые две его цифры отличаются на единицу. Найдите количество хороших чисел, запись которых заканчивается на 7 или на 8.
10. Имеются каменные глыбы: 50 штук по 700 кг каждая, 60 штук по 1000 кг каждая, 80 штук по 1500 кг каждая. Глыбы нельзя раскалывать. Считается, что глыбы можно погрузить в грузовик, если их общая масса не превосходит грузоподъемности этого грузовика. а) Докажите, что все эти глыбы можно одновременно погрузить на 44 грузовика грузоподъемностью 5 тонн каждый. б) Докажите, что все эти глыбы нельзя одновременно погрузить на 43 грузовика грузоподъемностью 5 тонн каждый.

Президентский физико-математический лицей №239
Рейтинговая работа для поступающих в восьмой класс
Санкт-Петербург, 17 апреля, 2016 год

II вариант

Эту таблицу заполнять не нужно!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10а	10б	Σ

Данные о поступающем (пишите, пожалуйста, разборчиво):

Фамилия, Имя, Отчество (полностью) _____

Школа _____

Класс _____

Домашний адрес _____

Телефон _____

Решать задачи можно в любом порядке. Записывать нужно и решение, а не только ответ.
Этот лист сдается вместе с подписанной тетрадью с решениями.

1. Вычислите $\frac{(7 \cdot 4^8 + (-4)^9) \cdot 3^{14}}{36^8}$.
2. Найдите число, если его 23% составляют $(1\frac{5}{14} - 3\frac{3}{7} : 1,6) \cdot (2015\frac{5}{7} - 2016\frac{27}{77}) - (-0,2)^2$.
3. Если сестра отдаст брату 400 рублей, то денег у них станет поровну. Если брат отдаст сестре 20% своих денег, то у него станет в два раза меньше денег, чем у сестры. Определите, сколько денег у брата и сколько у сестры.
4. Определите, лежат ли точки $A(9; -2)$, $B(18; 1)$ и $C(2016; 667)$ на одной прямой.
5. Сократите дробь $\frac{b^3 - ab^2 + abc + c^3 - ac^2}{(a^2 + c^2) - (b^2 + 2ac)}$.
6. Решите уравнение $x^2y^2 + 10 + y^2 + 6xy - 2y = 0$.
7. Точки A и O расположены по разные стороны от прямой BC , при этом $OA = OB = OC$ и $\angle ACB = 17^\circ$. Найдите $\angle AOB$.
8. В треугольнике ABC провели медиану BD . Нашлась такая точка K , что $BK \parallel AC$ и $\angle KBA = \angle ABD$. Докажите, что $\triangle ABC$ — прямоугольный.
9. Назовем натуральное трехзначное число *интересным*, если оно кратно трем и первые две его цифры отличаются на два. Найдите количество интересных чисел, запись которых заканчивается на 6 или на 7.
10. Имеются каменные глыбы: 50 штук по 800 кг каждая, 60 штук по 1000 кг каждая, 60 штук по 1500 кг каждая. Глыбы нельзя раскалывать. Считается, что глыбы можно погрузить в грузовик, если их общая масса не превосходит грузоподъемности этого грузовика. а) Докажите, что все эти глыбы можно одновременно погрузить на 39 грузовиков грузоподъемностью 5 тонн каждый. б) Докажите, что все эти глыбы нельзя одновременно погрузить на 38 грузовиков грузоподъемностью 5 тонн каждый.