

Президентский физико-математический лицей №239  
Рейтинговая работа для поступающих в восьмой класс  
Санкт-Петербург, 19 апреля, 2015 год

I вариант

Эту таблицу заполнять не нужно!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10а	10б	Σ

Данные о поступающем (пишите, пожалуйста, разборчиво):

Фамилия, Имя, Отчество (полностью) \_\_\_\_\_

Школа \_\_\_\_\_

Класс \_\_\_\_\_

Домашний адрес \_\_\_\_\_

Телефон \_\_\_\_\_

Решать задачи можно в любом порядке. Записывать нужно и решение, а не только ответ.  
Этот лист сдается вместе с подписанной тетрадью с решениями.

1. Определите, какое из чисел  $A$  и  $B$  больше и на сколько больше:

$$A = 2\frac{54}{55} + 1\frac{65}{66}, \quad B = \frac{28^7 \cdot 49^2}{16 \cdot 14^{10}}.$$

2. Найдите  $|k - 3 - 5k^2|$ , где  $k$  — корень уравнения  $(2x - 1)(4x^2 + 2x + 1) - 2x(2x - 3)(2x + 3) = 38x + 3$ .
3. Население города  $N$  ежегодно увеличивается на 6%. За последние два года в нем стало на 86520 человек больше. Сколько сейчас жителей в  $N$ ?
4. Через первую трубу бассейн наполняется за 35 минут. За сколько минут наполняет бассейн вторая труба, если вместе они наполнят его за 10 минут?
5. Найдите уравнения прямых  $AB$  и  $CD$  и координаты точки их пересечения, если известны координаты точек:  $A(3; 8)$ ,  $B(12; 5)$ ,  $C(4; 2)$ ,  $D(2; -3)$ .
6. Сократите дробь

$$\frac{a(a^2 - b) - b^2(b - 1)}{a^3 - 2b^3 + 2a^2b - ab^2}.$$

7. Решите уравнение  $x^2 + 4y^2 + z^2 = 12y - 2x - 4z - 14$ .
8. Биссектриса внешнего угла  $ABD$  треугольника  $ABC$  пересекает биссектрису угла  $ACB$  в точке  $K$ ,  $\angle CKB = 19^\circ$ . Найдите  $\angle BAC$ .
9. Равные отрезки  $AB$  и  $CD$  пересекаются в их общей середине  $E$ ,  $AD = CE$ . Прямая, проходящая через точку  $E$  и перпендикулярная к  $DE$ , пересекает отрезок  $BD$  в точке  $M$ . Докажите, что расстояние от точки  $M$  до прямой  $BC$  в два раза меньше длины отрезка  $MD$ .
10. По кругу каким-то образом расставили все натуральные числа от 1 до 15 (каждое число встречается один раз). Для каждой пары соседних чисел нашли разность большего и меньшего. а) Могли ли все полученные разности быть не меньше 7? б) Могли ли все полученные разности быть не меньше 8? Не забудьте объяснить свой ответ.

Президентский физико-математический лицей №239  
Рейтинговая работа для поступающих в восьмой класс  
Санкт-Петербург, 19 апреля, 2015 год

II вариант

Эту таблицу заполнять не нужно!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10а	10б	$\Sigma$

Данные о поступающем (пишите, пожалуйста, разборчиво):

Фамилия, Имя, Отчество (полностью) \_\_\_\_\_

Школа \_\_\_\_\_

Класс \_\_\_\_\_

Домашний адрес \_\_\_\_\_

Телефон \_\_\_\_\_

Решать задачи можно в любом порядке. Записывать нужно и решение, а не только ответ.  
Этот лист сдается вместе с подписанной тетрадью с решениями.

1. Определите, какое из чисел  $A$  и  $B$  больше и на сколько больше:

$$A = 1\frac{32}{33} + 1\frac{87}{88}, \quad B = \frac{45^8 \cdot 125}{27^2 \cdot 15^{10}}.$$

2. Найдите  $|m - 1 - 10m^2|$ , где  $m$  — корень уравнения  $(2x + 1)(4x^2 - 2x + 1) - 2x(2x + 5)(2x - 5) = 30x - 1$ .
3. Население города  $N$  ежегодно увеличивается на 7%. За последние два года в нем стало на 86940 человек больше. Сколько сейчас жителей в  $N$ ?
4. Вася съедает торт за 28 минут. За сколько минут этот торт съедает Петя, если вместе они съедят его за 12 минут?
5. Найдите уравнения прямых  $AB$  и  $CD$  и координаты точки их пересечения, если известны координаты точек:  $A(2; 4)$ ,  $B(4; 1)$ ,  $C(3; -4)$ ,  $D(12; 2)$ .
6. Сократите дробь

$$\frac{a^2(a - 1) - b(a - b^2)}{2a^3 + b^3 - 2ab^2 - a^2b}$$

7. Решите уравнение  $9x^2 + y^2 + z^2 = 6y - 12x + 4z - 17$ .
8. Биссектриса внешнего угла  $ACD$  треугольника  $ABC$  пересекает биссектрису угла  $ABC$  в точке  $M$ ,  $\angle BAC = 52^\circ$ . Найдите  $\angle BMC$ .
9. Равные отрезки  $AD$  и  $BC$  пересекаются в их общей середине  $E$ ,  $AB = DE$ . Прямая, проходящая через точку  $E$  и перпендикулярная к  $BE$ , пересекает луч  $CD$  в точке  $K$ . Докажите, что расстояние от точки  $D$  до прямой  $KE$  в четыре раза меньше длины отрезка  $KC$ .
10. По кругу каким-то образом расставили все натуральные числа от 1 до 17 (каждое число встречается один раз). Для каждой пары соседних чисел нашли разность большего и меньшего. а) Могли ли все полученные разности быть не меньше 8? б) Могли ли все полученные разности быть не меньше 9? Не забудьте объяснить свой ответ.