

Вступительная работа по математике для поступающих в 10 класс 2023 года

I вариант

1. Найдите значение числового выражения: $\sqrt{\left(\frac{4^5}{16^{-2} \cdot 2^{19}}\right)^{-1}} \cdot \sqrt{8} - (0,3)^{-1} + (2\sqrt{3})^{-2}$. Ответ запишите в виде десятичной дроби.

2. Упростите выражение при любом значении x , входящем в область его определения:

$$x \left(\left(\frac{x^6 - 8}{x^4 + 2x^2 + 4} \right)^{-1} - (x^2 + 2)^{-1} \right) + (4 - x^4)^{-1} : x^{-5}.$$

3. Решите уравнение: а) $(2x^2 - x - 4)^2 + 16x^2 - 8x = 17$; б) $(x^2 - 9) \cdot \sqrt{10 - 3x - x^2} = x^3 - 9x$.

4. Решите неравенство: а) $\left(\frac{2x-1}{x+2}\right)^2 + \left|\frac{2x-1}{x+2}\right| \geqslant 12$; б) $\frac{(6-x-x^2) \cdot \sqrt{x-1}}{x-3} \geqslant 0$.

5. Постройте график функции $f(x) = \frac{x^2+x}{x} \cdot \sqrt{x^2 - 6x + 9}$.

6. Автобус выехал из пункта А в пункт В. Не доехав 15 км до середины пути, автобус остановился для ремонта, который занял 1 ч 30 мин. Оставшуюся часть пути автобус шел со скоростью, на 20 км/ч большей первоначальной, и поэтому приехал в пункт В вовремя. Если бы автобус весь путь шел со скоростью, на 9 км/ч большей первоначальной, то он затратил бы на весь путь 10 ч. Найдите первоначальную скорость автобуса и расстояние между пунктами А и В.

7. Различные числа a, b, c являются последовательными членами некоторой геометрической прогрессии. Эти же числа в том же порядке можно рассматривать как первый, второй и четвертый члены некоторой арифметической прогрессии. Найдите эти числа, если их сумма равна 35.

8. Из множества двузначных натуральных чисел, в которых цифра десятков нечетная, случайным образом выбирают одно число. Найдите вероятность того, что сумма цифр этого числа будет равна 11. Ответ запишите в виде десятичной дроби.

9. Дан угол с вершиной в точке O величиной 60° . Внутри этого угла взята точка A , равноудаленная от сторон угла. Известно, что $OA = 8$. Найдите длину окружности с центром A , касающейся сторон угла.

10. В треугольнике ABC проведены медиана BM и отрезок AN , где точка N лежит на стороне BC , причем $BN : BC = 0,4$. Отрезки BM и AN пересекаются в точке O . Найдите $BO : OM$.

11. Площадь треугольника ABC равна $5\sqrt{5}$, при этом $AB = 3\sqrt{5}$, $AC = 2\sqrt{5}$. Найдите периметр данного треугольника.

12. В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC известны длины всех сторон: $AB = 5$, $BC = 8$, $CD = 4$, $AD = 10$. Найдите расстояние от точки C до прямой AB .

13. Дан треугольник ABC , в котором $\angle B = 90^\circ$. Пусть BK – высота этого треугольника. Известно, что $BC = 40$, $BK = 24$. Найдите расстояние между центрами окружностей, вписанных в треугольники ABK и BKC .

Вступительная работа по математике для поступающих в 10 класс 2023 года

II вариант

1. Найдите значение числового выражения: $\sqrt{\left(\frac{9^{12}}{3^{-5} \cdot 27^{10}}\right)^{-1}} : \sqrt{27} + (\sqrt{6})^{-2} - (1,25)^{-1}$. Ответ запишите в виде десятичной дроби.

2. Упростите выражение при любом значении x , входящем в область его определения:

$$(x^2 - 3x)^{-1} - \left(\frac{x^7 + 27x}{x^4 - 3x^2 + 9} \right)^{-1} - 2x^3 \cdot (3x^4 - 27)^{-1}.$$

3. Решите уравнение: а) $2 \cdot (x^2 + 2x - 5)^2 + 3x^2 + 6x = 69$; б) $(3x^2 - 12) \cdot \sqrt{x^2 - 4x - 5} = 8x - 2x^3$.

4. Решите неравенство: а) $\left(\frac{2x+3}{x-2}\right)^2 \leqslant 20 + \left|\frac{2x+3}{x-2}\right|$; б) $\frac{(x^2 + 3x - 18) \cdot \sqrt{5-x}}{1-x} \geqslant 0$.

5. Постройте график функции $f(x) = \frac{x^2 + x - 6}{2 - x} \cdot \sqrt{x^2 - 2x + 1}$.

6. Автобус выехал из пункта С в пункт Д. Проехав половину пути и еще 40 км с постоянной скоростью, автобус остановился для ремонта, который занял 50 мин. Оставшуюся часть пути автобус шел со скоростью, на 5 км/ч меньшей первоначальной, и поэтому приехал в пункт Д с опозданием на 1 ч. Если бы автобус весь путь шел со скоростью, на 20 км/ч меньшей первоначальной, то он затратил бы на весь путь 8 ч. Найдите первоначальную скорость автобуса и расстояние между пунктами С и Д.

7. Различные числа a, b, c являются соответственно первым, вторым и шестым членами некоторой арифметической прогрессии. Эти же числа в том же порядке являются последовательными членами некоторой геометрической прогрессии.. Найдите эти числа, если $a + c - b = 13$.

8. Из множества двузначных натуральных чисел, в которых цифра десятков четная, случайным образом выбирают одно число. Найдите вероятность того, что сумма цифр этого числа будет равна 10. Ответ запишите в виде десятичной дроби.

9. Дан угол с вершиной в точке O величиной 120° . В этот угол вписан круг площади 81π . Найдите расстояние от центра этого круга до точки O .

10. В треугольнике KLM проведены медиана MA и отрезок KB , где точка B лежит на стороне ML , причем $LB : BM = 2 : 3$. Отрезки MA и KB пересекаются в точке O . Найдите $KO : KB$.

11. Площадь треугольника ABC равна 32, при этом $AB = 10$, $\cos \angle A = 0,6$. Найдите периметр данного треугольника.

12. В трапеции $ABCD$ даны длины оснований $AD = 12$ и $BC = 8$, а также длины диагоналей $AC = 10$ и $BD = 18$. Найдите расстояние от точки D до прямой AC .

13. Дан треугольник ABC с прямым углом при вершине B . Пусть BK – высота этого треугольника. Известно, что $AB = 18$, $KC = 19,2$. В треугольник BKC вписана окружность с центром O . Найдите расстояние между точкой O и центром окружности, описанной около треугольника ABC .