

Президентский физико-математический лицей №239

Рейтинговая работа по математике в десятый класс

Санкт-Петербург, 18 августа 2020 года

I вариант

ФИО(полностью)

Школа

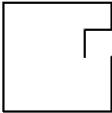
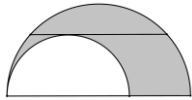
Телефон

Эту таблицу заполнять не нужно! Эта таблица заполняется членами комиссии после проверки.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	Σ

Решать задачи можно в любом порядке. По истечении 4 часов нужно сдать: 1) этот подписанный лист с заполненной таблицей, которая находится на оборотной стороне листа; 2) подписанную тетрадь с решениями (к каждой задаче нужно привести решение, а не просто ответ).

Вариант 1

- Упростите: $\left(\frac{2}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{2\sqrt{a}}{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}} \cdot \frac{a-\sqrt{ab}+b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \right) : 4\sqrt{b}$
- Сравните значения выражений $A = 191^6$ и $B = 188 \cdot 189 \cdot 190 \cdot 192 \cdot 193 \cdot 194$
- Решите неравенство: $\frac{2-x}{x^3+x^2} \geq \frac{1-2x}{x^3-3x^2}$.
- Решите уравнение: $2x^2 + 3x - 17 = 2(2-\sqrt{5})^2 + 3(2-\sqrt{5}) - 17$.
- Решите уравнение: $\sqrt{x^2+3x+6} - \sqrt{x^2+3x-1} = 1$.
- Решите неравенство: $|2x^2 + 15x - 17| \leq 17 - 15x - 2x^2$
- Из пункта А в пункт Б отправился велосипедист Вася, а через 2 минуты ему навстречу из Б в А выехал велосипедист Петя. От места встречи на дороге Вася добрался до пункта Б за 11 минут, а Петя до пункта А за 9 минут. Сколько минут был в пути каждый из них?
- От края большого квадратного листа отрезали маленький квадратик, как показано на рис., и в результате периметр листа увеличился на 10%. На сколько % уменьшилась площадь листа? 
- а) Сколько различных пятизначных чисел, кратных 5, можно составить из цифр 0,1,2,3,4,5, используя каждую цифру только один раз?
б) Какой будет результат, если цифры могут повторяться?
- Найдите сумму всех трехзначных чисел, кратных 5, но не кратных 7.
- Прямая делит ромб с диагоналями 2 и 4 на две части. Найдите наибольшее произведение площадей этих частей.
- $ABCD$ – прямоугольник. Из вершин B и D на диагональ AC опущены перпендикуляры BK и DM , причем $BK = DM = 6$, а $KM = 5$. Найдите площадь прямоугольника $ABCD$.
- Даны два полукруга, с диаметрами на одной прямой. Хорда большего полукруга AB длиной 12 параллельна диаметру и касается меньшего полукруга. Найдите площадь закрашенной фигуры. 
- В треугольнике ABC на стороне BC взята точка N , такая, что $BN : NC = 3 : 2$. Отрезок AN и медиана BM пересекаются в точке O . Найдите, в каком отношении точка O делит каждый из этих отрезков.
- Прямая, проведенная через середину N стороны AB квадрата $ABCD$, пересекает прямые CD и AD в точках M и T соответственно (так, что T лежит на продолжении DA за точку A), и образует с прямой AD угол, тангенс которого равен 2. Сторона квадрата равна 6. Найдите площадь треугольника BMT .
- Внутри угла величиной 60° расположена точка M , удаленная на расстояния $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ см от сторон угла. Найдите расстояние от точки M до вершины угла.

На обороте листа – таблица ответов, которую Вы должны заполнить!

А это – таблица ответов. Ее нужно заполнить:

№	Ответ:
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9а	
9б	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	

Президентский физико-математический лицей №239

Рейтинговая работа по математике в десятый класс

Санкт-Петербург, 18 августа 2020 года

I вариант

ФИО(полностью)

Школа

Телефон

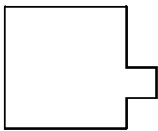
Эту таблицу заполнять не нужно! Эта таблица заполняется членами комиссии после проверки.

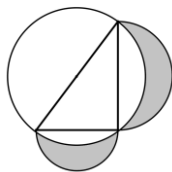
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	Σ

Решать задачи можно в любом порядке. По истечении 4 часов нужно сдать: 1) этот подписанный лист с заполненной таблицей, которая находится на оборотной стороне листа; 2) подписанную тетрадь с решениями (к каждой задаче нужно привести решение, а не просто ответ).

Вариант 2

1. Упростите: $\left(\frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab}\right) : (a-b) + \frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$
2. Сравните значения выражений $A = 27894^2 + 1618^2$ и $B = 27895^2 + 1617^2$.
3. Решите неравенство: $\frac{x}{x+1} - \frac{2x}{x^2 - x + 1} \geq \frac{x - 2x^2}{x^3 + 1}$.
4. Решите уравнение: $4x^2 - 9x - 11 = 4(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2 - 9(\sqrt{5} + \sqrt{3}) - 11$.
5. Решите уравнение: $\sqrt{2x^2 + x + 6} + \sqrt{2x^2 + x - 9} = 5$.
6. Решите неравенство: $|3x^2 + 12x - 15| \leq 15 - 12x - 3x^2$
7. Из Вены в Стамбул отправился пассажирский поезд, а навстречу ему из Стамбула в Вену через 3 часа вышел товарный поезд. После встречи пассажирский поезд ехал еще 3 часа до Стамбула, а товарный – 6 часов до Вены. Сколько часов был в пути каждый из поездов?
8. К краю большого квадратного листа приложили маленький квадратик, как показано на рис., и в результате периметр листа увеличился на 5%. На сколько % увеличилась площадь листа?


9. а) Сколько различных четных пятизначных чисел можно составить из цифр 0,1,2,3,4,5, используя каждую цифру только один раз?
б) Какой будет результат, если цифры могут повторяться?
10. Найдите сумму всех трехзначных чисел, кратных 7, но не кратных 5.
11. Прямая делит равнобедренный прямоугольный треугольник с гипотенузой $\sqrt{8}$ на две части. Найдите наибольшее произведение площадей этих частей.
12. $ABCD$ – прямоугольник. Из вершин B и D на диагональ AC опущены перпендикуляры BM и DN , причем $MN = 15$, а $BM = DN = 4$. Найдите площадь прямоугольника $ABCD$.
13. На катетах прямоугольного треугольника площадью 12 как на диаметрах построены полукруги, расположенные вне этого треугольника. Найдите суммарную площадь частей этих полукругов, расположенных вне круга, описанного около этого треугольника.


14. В трапеции $ABCD$ нижнее основание AD в три раза больше верхнего. Точка M лежит на боковой стороне CD , причем $CM : MD = 1 : 3$. Отрезок AM пересекает диагональ BD в точке O . Найдите, в каком отношении точка O делит каждый из этих отрезков.
15. Прямая, проведенная через середину N стороны AB квадрата $ABCD$, пересекает сторону AD в точке T , а продолжение стороны CD в точке M , и образует с прямой AB угол, тангенс которого равен 0,5. Сторона квадрата равна 8. Найдите площадь треугольника BMT .
16. Внутри угла величиной 45° расположена точка N , удаленная на расстояния $2\sqrt{2}$ и 2 см от сторон угла. Найдите расстояние от точки N до вершины угла.

На обороте листа – таблица ответов, которую Вы должны заполнить!
А это – таблица ответов. Ее нужно заполнить:

№	Ответ:
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9а	
9б	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	