

Фамилия, имя _____

Школа _____ Телефон для связи _____

№	1а	1б	2	3а	3б	3в	4а	4б	5	6а	6б	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Σ	

ПРЕЗИДЕНТСКИЙ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЛИЦЕЙ №239

Рейтинговая олимпиада в 10 класс 2017г.

I вариант

- Вычислите: а) $(36,5^2 - 27,5^2) : \left(\frac{57^3 + 33^3}{90} - 57 \cdot 33 \right)$ б) $\frac{\sqrt{7-4\sqrt{3}}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}} \sqrt{2+\sqrt{3}}$
- Упростите: $\left(\frac{\sqrt{x^3} + \sqrt{y^3}}{x - \sqrt{x}\sqrt{y} + y} + 2xy \frac{(\sqrt{x})^{-1} - (\sqrt{y})^{-1}}{x - y} \right) \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{y})$
- Решите уравнения: а) $\frac{5}{x^2 + 2x + 4} = \frac{1}{x - 2} - \frac{4x + 4}{x^3 - 8}$ б) $\sqrt{7-x} = x - 1$ в) $|4x - 7| = |2x + 3|$
- Решите неравенства: а) $\frac{(2x^2 - 7x + 6)(x^2 + 3x - 10)}{(x + 1)(5 + 4x - x^2)} \leq 0$ б) $|x - 2| > 2 + x - |3 - x|$
- Катеты прямоугольного треугольника равны 15см и 20см. Найдите высоту, проведенную к гипотенузе и радиус вписанной в треугольник окружности.
- В треугольнике ABC $AB = 3$ см, $BC = 5$ см, $AC = \sqrt{14}$ см. Найдите: а) длину медианы CM б) площадь треугольника ABC .
- Постройте график функции $y = \frac{(x^2 + 2x - 8)(x + 2)}{|x + 2|}$. При каких m прямая $y = m$ пересекает график функции в трех точках?
- В январе товар стоил 30000 рублей. В марте цену на товар подняли на 4%, а в июле снизили на 4%. Сколько стоил товар в июле?
- Расстояние между пристанями A и B равно 18км. Из A в B по течению реки отправился плот, а через 30мин за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт B , тотчас повернула обратно и возвратилась в пункт A . К этому времени плот прошел 9км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 50м/мин.
- Сумма первых десяти членов арифметической прогрессии равна 30; четвертый, седьмой и пятый члены этой прогрессии в указанном порядке составляют геометрическую прогрессию. Найдите разность арифметической прогрессии, если известно, что все ее члены различны.
- Найдите наименьшее значение выражения $23 - \frac{16}{x^2 - 2x + 5}$
- Найдите площадь трапеции, диагонали которой равны 3см и 4см, а средняя линия равна 2,5см.
- Найдите наименьшее трехзначное число, сумма цифр которого равна 22.
- Сколько нулей стоит в конце числа $100!$ ($n!$ – произведение натуральных чисел от 1 до n)?
- В треугольнике ABC биссектриса угла A делит высоту, проведенную из вершины B , в отношении 5:4, считая от точки B . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если $BC = 12$ см.

Фамилия, имя _____

Школа _____ Телефон для связи _____

№	1а	1б	2	3а	3б	3в	4а	4б	5	6а	6б	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Σ	

ПРЕЗИДЕНТСКИЙ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЛИЦЕЙ №239

Рейтинговая олимпиада в 10 класс 2017г.

II вариант

1. Вычислите: а) $\left(\frac{97^3 - 53^3}{44} + 97 \cdot 53\right) : (152,5^2 - 27,5^2)$ б) $\frac{\sqrt{7+4\sqrt{3}}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} \sqrt{2-\sqrt{3}}$

2. Упростите: $\left(\frac{\sqrt{a^3} - \sqrt{b^3}}{a + \sqrt{a}\sqrt{b} + b} + 2ab \frac{(\sqrt{a})^{-1} + (\sqrt{b})^{-1}}{a - b}\right) \cdot (\sqrt{a} - \sqrt{b})$

3. Решите уравнения: а) $\frac{4}{x^2 + 3x + 9} = \frac{1}{x - 3} - \frac{6x + 9}{x^3 - 27}$ б) $\sqrt{5x + 1} = x - 1$ в) $|3x + 2| = |7x - 4|$

4. Решите неравенства: а) $\frac{(3x^2 - 5x + 2)(x^2 + 3x - 4)}{(x + 2)(8 + 2x - x^2)} \leq 0$ б) $|2x + 3||x| - 4x - 1$

5. Катет и гипотенуза прямоугольного треугольника равны 30см и 50см. Найдите высоту, проведенную к гипотенузе и радиус вписанной в треугольник окружности.

6. В треугольнике ABC $AB = 4$ см, $BC = \sqrt{13}$ см, $AC = 3$ см. Найдите: а) длину медианы CM б) площадь треугольника ABC .

7. Постройте график функции $y = \frac{(x^2 - 4x + 3)(x - 1)}{|x - 1|}$. При каких m прямая $y = m$ пересекает график функции в трех точках?

8. В феврале товар стоил 20000 рублей. В мае цену подняли на 6%, а августе снизили на 6%. Сколько стоил товар в августе?

9. Расстояние между пристанями A и B равно 14км. Из A в B по течению реки отправился плот, а через 44мин за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт B , тотчас повернула обратно и возвратилась в пункт A . К этому времени плот прошел 7км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 50м/мин.

10. Сумма первых тринадцати членов арифметической прогрессии равна 130; четвертый, десятый и седьмой члены этой прогрессии в указанном порядке составляют геометрическую прогрессию. Найдите разность арифметической прогрессии, если известно, что все ее члены различны.

11. Найдите площадь трапеции, диагонали которой равны 6см и 8см, а средняя линия равна 5см.

12. Найдите наибольшее значение выражения $5 + \frac{16}{x^2 + 2x + 5}$

13. Найдите наименьшее трехзначное число, сумма цифр которого равна 23.

14. Сколько нулей стоит в конце числа $101!$ ($n!$ – произведение натуральных чисел от 1 до n)?

15. Радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 13см, $BC = 24$ см. Найдите, в каком отношении, считая от вершины B , биссектриса угла A делит высоту, проведенную из этой вершины.