

Рейтинговая олимпиада для поступающих в 10 класс,
2005 г., I вариант

1. Упростить: $(1-a^2) \cdot \left(\left(\frac{1-a\sqrt{a}}{1-\sqrt{a}} + \sqrt{a} \right) \cdot \left(\frac{1+a\sqrt{a}}{1+\sqrt{a}} - \sqrt{a} \right) \right) + 1$.

2. Решить уравнение: $\frac{1}{x^2+2x+4} + \frac{1}{x-2} = \frac{x^2-2x+4}{x^3-8}$.

3. Решить неравенство: $\frac{(x+1)(x+2)}{x^2+7x+12} \leq 1$.

4. Решить уравнение: $(x^2+3x+1)(x^2+3x+3)+1=0$.

5. Решить уравнение: $x-3+4\sqrt{x-3}=12$.

6. Решить неравенство: $|x^2-7x+7| > x-5$.

7. Построить график: $y = \frac{x^2+7x+6}{x+|x+2|}$.

8. В окружность радиуса $\sqrt{12}$ вписан квадрат. На диагонали квадрата, как на основании, построен равносторонний треугольник, вокруг которого описана окружность. Найти радиус этой окружности.

9. В треугольнике ABC проведена медиана BM . На стороне BC взята точка N так, что $CN=2BN$. В каком отношении AN и BM делят друг друга?

10. Сравнить площади параллелограммов $ABCD$ и $AMNP$ (см. рис)

11. Существует ли треугольник, две высоты которого больше 1 м, а площадь меньше 1 см²? Не забудьте обосновать ответ.

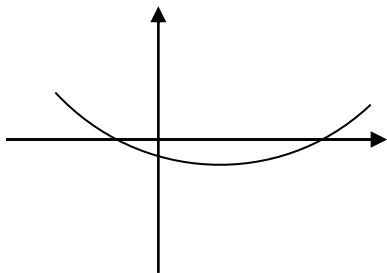
12. Даны два утверждения:

А) Если все стороны вписанного многоугольника равны, то и все его углы равны.

Б) Если все углы вписанного многоугольника равны, то и все его стороны равны.

Какое из этих утверждений верно, а какое нет? (Подсказка: рассмотрите четырехугольники и пятиугольники).

13. Дано изображение графика функции $y = ax^2 + bx + c$ (см. рис.). Определить знаки коэффициентов a, b, c . Не забудьте обосновать ответ.



14. Логарифмом числа $a > 0$ по основанию 2 называется показатель степени, в которую нужно возвести 2, чтобы получить a . Обозначение: $\log_2 a$.

Вычислить: а) $\log_2 8$; б) $2^{\log_2 3}$; в) $4^{\log_2 5}$; г) Подумайте о том, что означает символ $\log_5 a$ и вычислите $2^{\log_5 3 \cdot \log_2 5}$

Рейтинговая олимпиада для поступающих в 10 класс,
2005 г., II вариант

1. Упростить: $\frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})^3 + \frac{2x^2}{\sqrt{x}} + y\sqrt{y}}{x\sqrt{x} + y\sqrt{y}} + \frac{3\sqrt{xy}-3y}{x-y}$.

2. Решить уравнение: $\frac{x^3+3x+9}{x^3+27} - \frac{1}{x+3} = \frac{2}{x^2-3x+9}$.

3. Решить неравенство: $\frac{2x^2+3x-13}{x^2+x-6} > 2$.

4. Решить уравнение: $(x^2-5x+2)(x^2-5x-1) = 28$.

5. Решить уравнение: $x+2-13\sqrt{x+2} = -42$.

6. Решить неравенство: $|x^2-4x-14| < x+10$.

7. Построить график: $y = \frac{x^2-6x+5}{x-|x-2|}$.

8. В окружность, диаметр которой равен $\sqrt{12}$, вписан равносторонний треугольник. На его высоте, как на основании, построен правильный треугольник, в который вписана окружность. Найти радиус этой окружности.

9. В трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$) $AD=2BC$. На стороне CD взята точка M так, что $DM=2CM$. В каком отношении отрезок AM и диагональ BD делят друг друга?

10. Сравнить площади прямоугольников $MNPQ$ и $ABCQ$ (см. рис)

11. Существует ли треугольник, все стороны которого больше 1 м, а площадь меньше 1 см²? Не забудьте обосновать ответ.

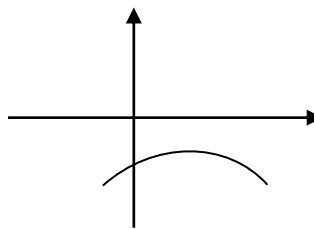
12. Даны два утверждения:

А) Если все стороны описанного многоугольника равны, то и все его углы равны.

Б) Если все углы описанного многоугольника равны, то и все его стороны равны.

Какое из этих утверждений верно, а какое нет? (Подсказка: рассмотрите четырехугольники и пятиугольники).

13. Дано изображение графика функции $y = ax^2 + bx + c$ (см. рис.). Определить знаки коэффициентов a, b, c . Не забудьте обосновать ответ.



14. Логарифмом числа $a > 0$ по основанию 3 называется показатель степени, в которую нужно возвести 3, чтобы получить a . Обозначение: $\log_3 a$ Вычислить: а) $\log_3 27$; б)

$3^{\log_3 2}$; в) $9^{\log_3 7}$; г) Подумайте о том, что означает символ $\log_5 a$ и вычислите $3^{\log_5 3 \cdot \log_3 5}$