

Вступительная олимпиада в 10 класс ФМЛ №239

I вариант

Длительность олимпиады – 4 часа

1. Упростить: $\left(\sqrt{y} - \frac{x}{\sqrt{y}}\right) : \left(\sqrt{\frac{x}{y}} - \sqrt{\frac{y}{x}}\right)$.
2. Сократить дробь: $\frac{x^3 + 5x^2 + 3x - 9}{x - 1}$.
3. Решить уравнение: $\frac{2}{x^2 - x + 1} = \frac{1}{x + 1} + \frac{2x - 1}{x^3 + 1}$.
4. Найти область определения функции
 $y(x) = \frac{1}{(x - 2)\sqrt{4 + 3x - x^2}}$.
5. Решить неравенство: $\frac{x^2 + 3}{x + 1} \leq 2$.
6. Решить уравнение: $|2x^2 - x + 1| = x - 1$.
7. Решить неравенство: $|2x + 4| < 2|x| + x$.
8. Найти центр симметрии графика функции: $y = \frac{x + 1}{x}$.
9. При каких k модуль разности корней уравнения $x^2 - kx + 15 = 0$ равен 2?
10. При каких k уравнение $kx^2 - (k + 1)x + 2k - 1 = 0$ имеет два различных корня?
11. В геометрической прогрессии с положительными членами $b_3 = 32; b_7 = 2$. Найти b_5 .
12. При каких a числа $a^2; 3a; a + 4$ являются тремя последовательными членами арифметической прогрессии?
13. Решить уравнение: $\sqrt{3x^2 - 6x + 16} = 2x - 1$.
14. Найти расстояние от начала координат до прямой $3y + 4x = 12$.
15. В треугольнике ABC $AC = \sqrt{2}, \angle A = 75^\circ, \angle C = 60^\circ$. Найти AB .
16. Вычислить: $\operatorname{tg} 41^\circ \cdot \operatorname{tg} 42^\circ \cdot \dots \cdot \operatorname{tg} 48^\circ \cdot \operatorname{tg} 49^\circ$.
17. Упростить: $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} + \operatorname{ctg} \alpha$.
18. При каких x векторы $\vec{a} = (4; 5)$ и $\vec{b} = (x; -6)$ будут перпендикулярны?
19. Найти диагональ и площадь ромба, если его стороны равны 10 см, а другая диагональ равна 12 см.
20. Касательная к окружности из точки равна 20 см, а наибольшая секущая, проведенная из той же точки, равна 50 см. Найти радиус окружности.

Вступительная олимпиада в 10 класс ФМЛ №239

II вариант

Длительность олимпиады – 4 часа

1. Упростить: $\left(\frac{y}{\sqrt{x}} - \sqrt{x}\right) : \left(\sqrt{\frac{x}{y}} - \sqrt{\frac{y}{x}}\right)$.
2. Сократить дробь: $\frac{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}{x + 1}$.
3. Решить уравнение: $\frac{2}{x + 2} + \frac{1}{2} = -\frac{4}{x^2 + 2x}$.
4. Найти область определения функции
 $y(x) = \frac{3}{(x - 1)\sqrt{3 + 2x - x^2}}$.
5. Решить неравенство: $\frac{x^2}{x - 1} \leq 4$.
6. Решить уравнение: $|2x^2 - x + 2| = x - 2$.
7. Решить неравенство: $|3x + 6| < 3|x| + x$.
8. Найти центр симметрии графика функции: $y = \frac{1 - x}{x}$.
9. При каких k модуль разности корней уравнения $x^2 - kx + 3 = 0$ равен 2?
10. При каких k уравнение $kx^2 - (k - 1)x + 2k + 1 = 0$ имеет два различных корня?
11. В геометрической прогрессии с положительными членами $b_2 = 16; b_{10} = 4$. Найти b_6 .
12. При каких a числа $a^2; 4a; 2a + 5$ являются тремя последовательными членами арифметической прогрессии?
13. Решить уравнение: $\sqrt{3x^2 - 11x + 21} = 2x - 3$.
14. Найти расстояние от начала координат до прямой $3y - 4x = 12$.
15. В треугольнике ABC $AB = \sqrt{3}, \angle A = 75^\circ, \angle B = 45^\circ$. Найти AC .
16. Вычислить: $\operatorname{ctg} 41^\circ \cdot \operatorname{ctg} 42^\circ \cdot \dots \cdot \operatorname{ctg} 48^\circ \cdot \operatorname{ctg} 49^\circ$.
17. Упростить: $\frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha} + \operatorname{tg} \alpha$.
18. При каких x векторы $\vec{a} = (5; 4)$ и $\vec{b} = (x; -3)$ будут перпендикулярны?
19. Найти диагональ и площадь ромба, если его стороны равны 5 см, а другая диагональ равна 6 см.
20. Касательная к окружности из точки равна 12 см, а наибольшая секущая, проведенная из той же точки, равна 36 см. Найти радиус окружности.

Вступительная олимпиада в 10 класс ФМЛ №239

I вариант

Длительность олимпиады – 4 часа

1. Упростить: $\left(\sqrt{y} - \frac{x}{\sqrt{y}}\right) : \left(\sqrt{\frac{x}{y}} - \sqrt{\frac{y}{x}}\right)$.
2. Сократить дробь: $\frac{x^3 + 5x^2 + 3x - 9}{x - 1}$.
3. Решить уравнение: $\frac{2}{x^2 - x + 1} = \frac{1}{x + 1} + \frac{2x - 1}{x^3 + 1}$.
4. Найти область определения функции
 $y(x) = \frac{1}{(x - 2)\sqrt{4 + 3x - x^2}}$.
5. Решить неравенство: $\frac{x^2 + 3}{x + 1} \leq 2$.
6. Решить уравнение: $|2x^2 - x + 1| = x - 1$.
7. Решить неравенство: $|2x + 4| < 2|x| + x$.
8. Найти центр симметрии графика функции: $y = \frac{x + 1}{x}$.
9. При каких k модуль разности корней уравнения $x^2 - kx + 15 = 0$ равен 2?
10. При каких k уравнение $kx^2 - (k + 1)x + 2k - 1 = 0$ имеет два различных корня?
11. В геометрической прогрессии с положительными членами $b_3 = 32; b_7 = 2$. Найти b_5 .
12. При каких a числа $a^2; 3a; a + 4$ являются тремя последовательными членами арифметической прогрессии?
13. Решить уравнение: $\sqrt{3x^2 - 6x + 16} = 2x - 1$.
14. Найти расстояние от начала координат до прямой $3y + 4x = 12$.
15. В треугольнике ABC $AC = \sqrt{2}, \angle A = 75^\circ, \angle C = 60^\circ$. Найти AB .
16. Вычислить: $\operatorname{tg} 41^\circ \cdot \operatorname{tg} 42^\circ \cdot \dots \cdot \operatorname{tg} 48^\circ \cdot \operatorname{tg} 49^\circ$.
17. Упростить: $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} + \operatorname{ctg} \alpha$.
18. При каких x векторы $\vec{a} = (4; 5)$ и $\vec{b} = (x; -6)$ будут перпендикулярны?
19. Найти диагональ и площадь ромба, если его стороны равны 10 см, а другая диагональ равна 12 см.
20. Касательная к окружности из точки равна 20 см, а наибольшая секущая, проведенная из той же точки, равна 50 см. Найти радиус окружности.

Вступительная олимпиада в 10 класс ФМЛ №239

II вариант

Длительность олимпиады – 4 часа

1. Упростить: $\left(\frac{y}{\sqrt{x}} - \sqrt{x}\right) : \left(\sqrt{\frac{x}{y}} - \sqrt{\frac{y}{x}}\right)$.
2. Сократить дробь: $\frac{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}{x + 1}$.
3. Решить уравнение: $\frac{2}{x + 2} + \frac{1}{2} = -\frac{4}{x^2 + 2x}$.
4. Найти область определения функции
 $y(x) = \frac{3}{(x - 1)\sqrt{3 + 2x - x^2}}$.
5. Решить неравенство: $\frac{x^2}{x - 1} \leq 4$.
6. Решить уравнение: $|2x^2 - x + 2| = x - 2$.
7. Решить неравенство: $|3x + 6| < 3|x| + x$.
8. Найти центр симметрии графика функции: $y = \frac{1 - x}{x}$.
9. При каких k модуль разности корней уравнения $x^2 - kx + 3 = 0$ равен 2?
10. При каких k уравнение $kx^2 - (k - 1)x + 2k + 1 = 0$ имеет два различных корня?
11. В геометрической прогрессии с положительными членами $b_2 = 16; b_{10} = 4$. Найти b_6 .
12. При каких a числа $a^2; 4a; 2a + 5$ являются тремя последовательными членами арифметической прогрессии?
13. Решить уравнение: $\sqrt{3x^2 - 11x + 21} = 2x - 3$.
14. Найти расстояние от начала координат до прямой $3y - 4x = 12$.
15. В треугольнике ABC $AB = \sqrt{3}, \angle A = 75^\circ, \angle B = 45^\circ$. Найти AC .
16. Вычислить: $\operatorname{ctg} 41^\circ \cdot \operatorname{ctg} 42^\circ \cdot \dots \cdot \operatorname{ctg} 48^\circ \cdot \operatorname{ctg} 49^\circ$.
17. Упростить: $\frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha} + \operatorname{tg} \alpha$.
18. При каких x векторы $\vec{a} = (5; 4)$ и $\vec{b} = (x; -3)$ будут перпендикулярны?
19. Найти диагональ и площадь ромба, если его стороны равны 5 см, а другая диагональ равна 6 см.
20. Касательная к окружности из точки равна 12 см, а наибольшая секущая, проведенная из той же точки, равна 36 см. Найти радиус окружности.