

**Вступительная работа по математике  
в 10 класс ФМЛ №239**

**(I вариант)**

(Продолжительность работы – 4 астрономических часа)

1. Упростить выражение:

$$\left(\frac{n-m}{\sqrt{n}+\sqrt{m}}\right)^2 : \left(\frac{\sqrt{n^3}-\sqrt{m^3}}{\sqrt{n}-\sqrt{m}} - 3\sqrt{mn}\right).$$

2. Решить уравнение:  $\frac{z^2-z}{z^2-z+1} - \frac{z^2-z+2}{z^2-z-2} = 1.$

3. Найти область определения функции:

$$f(x) = \sqrt{\frac{x(x^2+x-12)(x^2-3x+2)}{(x^2-x-6)(-x+5)}}.$$

4. Решить уравнение:  $\sqrt{x^2+8x-4} = \sqrt{4x-4}.$

5. Построить график функции  $f(x) = \frac{|x^2-4x+3|}{|x-1|}.$

6. Упростить:  $2\sqrt{7-4\sqrt{3}} + \sqrt{13-4\sqrt{3}}.$

7.  $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}.$  Найти все значения, которые может принимать  $\sin \alpha + \cos \alpha.$

8. Решить уравнение:  $|x-5| + |x-2| - |x+1| = -3.$

9. При каком  $a$  один из корней уравнения  $x^2 - \frac{15}{4}x + a^3 = 0$  будет квадратом другого?

10. Найти сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 165, которые при делении на 7 дают в остатке 5.

11. В треугольнике  $ABC$  на стороне  $AC$  взята точка  $K$  так, что  $AK=KC=3$ , а на стороне  $BC$  взята точка  $L$  так, что  $BL=1, LC=2$ . Найти отношение площадей частей, на которые треугольник  $ABC$  делится отрезком  $KL$ .

12. В окружности с центром  $O$  проведена хорда  $AB$ , пересекающая диаметр  $CD$  в точке  $K$ . Расстояние от  $O$  до  $AB$  равно 4,  $AB=16$ . Найти  $OC$ .

13. Построить график функции

$$f(x) = -\sqrt{\sin^2 \frac{x}{2}} + \frac{\cos \frac{x}{2} - \cos \frac{3x}{2}}{\sqrt{2-2\cos 2x}}.$$

14. В равнобедренную трапецию с основаниями 2 и 8 вписана окружность. Другая окружность касается большего основания, боковой стороны и данной окружности. Найти радиус этой окружности.

15. Основание  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  равно 6, а боковая сторона – 5. Найти расстояние между точками пересечения медиан и высот треугольника  $ABC$ .

**Вступительная работа по математике  
в 10 класс ФМЛ №239**

**(II вариант)**

(Продолжительность работы – 4 астрономических часа)

1. Упростить выражение:

$$\left(\frac{\sqrt{a^3}-\sqrt{b^3}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} + \sqrt{ab}\right) \left(\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}\right)^2.$$

2. Решить уравнение:  $\frac{x^2+2x+1}{x^2+2x+2} + \frac{x^2+2x+2}{x^2+2x+3} = \frac{7}{6}.$

3. Найти область определения функции:

$$f(x) = \sqrt{\frac{-x(x^2-2x-15)(x^2-6x+8)}{(x^2-11x+30)(x+1)}}.$$

4. Решить уравнение:  $\sqrt{x^2+9x-3} = \sqrt{3x-3}.$

5. Построить график функции  $y = \frac{|x^2-x-2|}{|x+1|}.$

6. Упростить:  $\sqrt{3-2\sqrt{2}} - \sqrt{2} + 1$

7.  $\operatorname{ctg} 2\alpha = \sqrt{3}.$  Найти все значения, которые может принимать  $\sin \alpha - \cos \alpha.$

8. Решить уравнение:  $|x-7| - |x| = 2 - |x+1|.$

9. При каком  $a$  один из корней уравнения  $x^2 - \frac{63}{4}x + a^3 = 0$  будет квадратом другого?

10. Найти сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 300, которые при делении на 11 дают в остатке 3.

11. В треугольнике  $ABC$  на стороне  $AC$  взята точка  $S$  так, что  $AS=SC=6$ , а на стороне  $AB$  взята точка  $T$  так, что  $AT=2, TB=4$ . Найти отношение площадей частей, на которые треугольник  $ABC$  делится отрезком  $ST$ .

12. В окружности с центром  $O$  проведена хорда  $AB$ , пересекающая диаметр  $CD$  в точке  $K$ . Расстояние от  $O$  до  $AB$  равно 4,  $OC=10$ . Найти  $AB$ .

13. Построить график функции

$$f(x) = \frac{\cos \frac{3x}{2} - \cos \frac{x}{2}}{\sqrt{\cos^2 x + \sin^2 x - 2\cos 2x + 1}} + \left| \sin \frac{x}{2} \right|.$$

14. В равнобедренную трапецию с боковой стороной 10 вписана окружность радиуса 4. Другая окружность касается большего основания, боковой стороны и данной окружности. Найти радиус этой окружности

15. Основание  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  равно 6, а боковая сторона – 5. Найти расстояние между точками пересечения медиан и биссектрис треугольника  $ABC$ .