

1. Решите уравнение $\sqrt{3x - 2} = 2 - x$.
2. Решите неравенство

$$(x^2 - 4x - 5) \left(\frac{x}{x^2 - 5x + 6} + \frac{5}{x^2 - 10x + 21} + \frac{7}{(x - 2)(x - 3)(x - 7)} \right) \geq 0.$$

3. В ромбе со стороной 17 одна из диагоналей имеет длину 16. Найдите радиус вписанной в этот ромб окружности.

4. Числа a_1, a_2, \dots образуют арифметическую прогрессию. Известно, что $a_{17} + a_{23} = 400$, $a_{20} + a_{108} = 224$. Найдите $a_1 + a_2 + \dots + a_{239}$.

5. Имеется два сосуда с водным раствором серной кислоты. В первом сосуде содержится 70 мл чистой кислоты, а во втором — 60 мл. Слив содержимое этих сосудов вместе, получили 600 мл нового раствора. Найдите концентрацию кислоты в каждом из первоначальных растворов, если концентрация во втором сосуде была на 20% меньше, чем в первом.

6. Из точки X к окружности проведены касательная и секущая. Расстояние от X до точки касания равно 9, а расстояние от X до одной из точек пересечения окружности и секущей равно 27. Найдите радиус окружности, если расстояние от центра до секущей равно 5.

7. Упростите выражение

$$4ab + \frac{\left(1 + \left(\frac{a}{b}\right)^{-3}\right) a^3}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - 2\sqrt{ab}} - \frac{\left(\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{2b\sqrt{a}}\right)^{-1} + \left(\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{2a\sqrt{b}}\right)^{-1}}{\left(\frac{a + \sqrt{ab}}{2}\right)^{-1} + \left(\frac{b + \sqrt{ab}}{2}\right)^{-1}}.$$

8. Докажите, что графики функций $y = (a + 1)x^2 + (5a - 3)x + 4a - 5$ проходят через две фиксированные точки.

9. В треугольнике ABC медиана AM и биссектриса BL перпендикулярны и пересекаются в точке F . Найдите площадь треугольника ABC , если площадь треугольника FML равна 1.

10. Имеется четыре полные цистерны с растворами некоторого вещества. Известно, что концентрация вещества в первой цистерне больше, чем в третьей, а во второй — больше, чем в четвёртой. Эти растворы некоторое время использовались, и затем первые две цистерны слили в один большой сосуд, а третью и четвёртую — в другой. Верно ли, что концентрация вещества в первом сосуде обязательно больше, чем во втором?

11. Точки M и N — середины сторон AB и BC треугольника ABC соответственно, BL — его биссектриса. Оказалось, что четырёхугольник $MBNL$ вписан в окружность радиуса $8\sqrt{3}$, а $AL : LC = 2 : 3$. Найдите MN .

12. Найдите наименьшее значение дроби $\frac{x^2 - 3x + 3}{1 - x}$ при $x < 1$.